1M－4

型付きオブジェクト指向計算における型推論の型導出可能性について

冨田 一郎　石井 直宏
名古屋工業大学

1 はじめに

近代的な型システムとオブジェクト指向パラダイムとを型理論の見地から統合する場合, 継承やカプセル化などのメカニズムを形式的に表現する必要がある. この形式化のための枠組として提案されているのが, サブタイピングを導入した高階多相的ラムダ計算 $F^{\omega}_{\leq}$ である. しかし, $F^{\omega}_{\leq}$ の性質等についてはまだあまり解明されていない [3].

そこで本論文では, この $F^{\omega}_{\leq}$ における型導出可能性という問題について検討し, 例を用いることで, この問題が決定不能であることを示す.

2 型導出可能性

近代的な型理論における重要な技術の 1 つに静的型推論がある. これは, 型の付いていない項 (= プログラム) や部分的にしか型の付いていない項に型を付けることである. 型付きの言語でプログラミングを行なうと, 型エラーをコンパイル時に検出できるものの, すべての変数の型を宣言する面倒が生じる. 型推論アルゴリズムが自動的に型を付与してくれれば, 大変に助かることになる.

一般的に型推論は次のように定式化される. 型付き言語を $\mathcal{L}$, $\mathcal{L}$ に関連した文法を持つ型なし言語を $\mathcal{L}'$ とする. また $Erase$ を型付きの項から型を削除する $\mathcal{L}$ から $\mathcal{L}'$ への関数とする. このとき, 言語 $\mathcal{L}$ と削除関数 $Erase : \mathcal{L} \to \mathcal{L}'$ に対する型推論の問題は,

「項 $U \in \mathcal{L}'$ に対し, $Erase(M) = U$ となる $\mathcal{L}$ の型付き項 $\Gamma \vdash M : \sigma$ を見つけよ.」

と定式化できる. ただし, Γ は型付け文脈であり, $\Gamma \vdash M : \sigma$ は「文脈 Γ のもとで, 項 M は型 σ を持つ」と読む.

この問題にはいろいろな変種が存在する. ここでは, U に対し Γ, σ を導出できるか否かを問う問題を型導出可能性問題と呼ぶことにする. 以下では $F^{\omega}_{\leq}$ における型導出可能性問題について述べる.

3 型付きオブジェクト指向計算 $F^{\omega}_{\leq}$

オブジェクト指向言語の研究開発を通じて提案された種々のアイデアを, 多相性や静的型推論などの特徴を持った近代的な型システムに統合することによって, オブジェクト指向言語と型付き高級言語の双方の利点を兼ね備えたプログラミング言語の実現が期待できる. 型理論はこの統合を行なう有力なアプローチである. 型理論の見地からこの統合を行なうには, 型理論に基づきメソッドの継承やカプセル化などのメカニズムに形式的な基礎を与える必要がある. この形式化のための枠組として提案されているのが, 高階多相的ラムダ計算 F^{ω} にサブタイピングの概念を取り入れた $F^{\omega}_{\leq}$ である. 実際, 継承やカプセル化のメカニズムは, この $F^{\omega}_{\leq}$ をレコードで拡張したものにより表現される [3].

以下に示すのは, $F^{\omega}_{\leq}$ におけるサブタイプ関係を検査するための推論規則である. なお, アルゴリズムとして構成可能なように再定義してある. ただし, α は型変数を, ρ, σ, τ は型を, K は種を表す. また $Top(K)$ は K に属する最大の型を, $\Gamma(\alpha)$ は Γ における α の上限を表す.

$$\Gamma \vdash \alpha \leq \alpha \qquad \text{(S-Refl)}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \Gamma(\alpha) \leq \tau}{\Gamma \vdash \alpha \leq \tau} \qquad \text{(S-Var)}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \sigma \in K}{\Gamma \vdash \sigma \leq Top(K)} \qquad \text{(S-Top)}$$

Type derivability in typed object-oriented calculus
Ichirou Tomita, Naohiro Ishii
Nagoya Institute of Technology
Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya, 466, Japan

$$\frac{\Gamma \vdash \sigma \leq \rho \quad \Gamma \vdash \rho \in K \quad \rho =_\beta \tau}{\Gamma \vdash \sigma \leq \tau} \quad \text{(S-Conv)}$$

$$\frac{\Gamma, \alpha \leq Top(K) \vdash \sigma \leq \tau}{\Gamma \vdash \Lambda\alpha : K.\sigma \leq \Lambda\alpha : K.\tau} \quad \text{(S-Abs)}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \sigma \leq \tau}{\Gamma \vdash \sigma\rho \leq \tau\rho} \quad \text{(S-App)}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \tau_1 \leq \sigma_1 \quad \Gamma \vdash \sigma_2 \leq \tau_2}{\Gamma \vdash \sigma_1 \to \sigma_2 \leq \tau_1 \to \tau_2} \quad \text{(S-Arrow)}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \tau_1 \leq \sigma_1 \quad \Gamma, \alpha \leq \tau_1 \vdash \sigma_2 \leq \tau_2}{\Gamma \vdash \forall\alpha{\leq}\sigma_1.\sigma_2 \leq \forall\alpha{\leq}\tau_1.\tau_2} \quad \text{(S-All)}$$

4　$F^\omega_\leq$ における型導出可能性

$F^\omega_\leq$ には, サブタイプ関係の検査が非停止となる場合が存在する. 以下にそれを示す.

型 τ を

$$\tau \equiv \forall\alpha.\neg(\forall\beta{\leq}\alpha.\neg\beta)$$

とする. ただし

$$\neg\tau \stackrel{\text{def}}{=} \forall\alpha \leq \tau.\alpha$$

であり, この $\neg$ について以下が成り立つ.

「$\Gamma \vdash \neg\sigma \leq \neg\tau$ が導出可能
$\Leftrightarrow \Gamma \vdash \tau \leq \sigma$ が導出可能」

このとき

$$\alpha_0 \leq \tau \vdash \alpha_0 \leq (\forall\alpha_1{\leq}\alpha_0.\neg\alpha_1)$$

というサブタイプ関係を, 前節に示した推論規則を用いて検査しようとすると, 以下のような無限列となり, 停止しない.

$$\begin{array}{lll}
\alpha_0 \leq \tau & \vdash & \alpha_0 \\
 & & \leq \forall\alpha_1{\leq}\alpha_0.\neg\alpha_1 \\
\alpha_0 \leq \tau & \vdash & \forall\alpha_1.\neg(\forall\alpha_2{\leq}\alpha_1.\neg\alpha_2) \\
 & & \leq \forall\alpha_1{\leq}\alpha_0.\neg\alpha_1 \\
\alpha_0 \leq \tau, \alpha_1 \leq \alpha_0 & \vdash & \neg(\forall\alpha_2{\leq}\alpha_1.\neg\alpha_2) \\
 & & \leq \neg\alpha_1 \\
\alpha_0 \leq \tau, \alpha_1 \leq \alpha_0 & \vdash & \alpha_1 \\
 & & \leq \forall\alpha_2{\leq}\alpha_1.\neg\alpha_2 \\
\alpha_0 \leq \tau, \alpha_1 \leq \alpha_0 & \vdash & \alpha_0 \\
 & & \leq \forall\alpha_2{\leq}\alpha_1.\neg\alpha_2 \\
 & \vdots &
\end{array}$$

$F^\omega_\leq$ において, サブタイプ関係の検査は, 項の型導出を手続き全体の, 部分手続きである. よって, 上の例は, $F^\omega_\leq$ におけるサブタイプ関係を検査する手続きが非決定的であることを, すなわち, $F^\omega_\leq$ における任意の項に対する型導出可能性問題が決定不能であることを示唆している.

5　おわりに

本論文では, メソッドの継承やカプセル化といったオブジェクト指向の概念を形式的に表現するための枠組として提案されている計算モデル $F^\omega_\leq$ について, その型導出可能性問題の決定性について検討した. その結果, サブタイプ関係の導出が非停止となる例が存在し, それゆえ $F^\omega_\leq$ における型導出可能性は決定不能であると言える.

今後は, 証明を与えることで, この決定不能性を厳密に示す. さらに, 型導出可能性が決定可能となるような補助的方法, 例えば, 項および型を導出可能性が決定可能なものと決定不能なものとに分類する方法などについて, 検討する.

参考文献

[1] A. J. Kfoury and J. B. Wells, A Direct Algorithm for Type Inference in the Rand 2 Fragment of the Second-Order λ-Calculus, *Proc. 1994 ACM Conf. on Lisp and Functional Programming*, (1994), pp.196-207.

[2] B. C. Pierce, Bounded Quantification is Undecidable, *Proc. 19th ACM Symp. on Principles of Programming Languages*, (1992) pp.305-315.

[3] B. C. Pierce and D. N. Turner, Object-Oriented Programming Without Recursive Types, University of Edinburgh technical report ECS-LFCS-92-225, (1992).

[4] P. Urzyczyn, Type reconstruction in F_ω is undecidable, *Int'l Conf. Typed Lambda Calculi and Applications*, Vol. 664 of *LNCS* (Springer-Verlag, 1993), pp.418-432.