

NURBS 境界 Gregory パッチによる 非四辺形領域への曲面の内挿

曾根 順治[†] 今野 晃 市^{††} 千代倉 弘明^{†††}

非四辺形形状への曲面の内挿は、Catmull-Clark 分割などの曲面を分割する方法が用いられている。しかし、この方法では曲面数が増加し形状制御が難しい。また、凹形状への曲面の内挿はトリム曲面で対応する場合が多く、曲面の形状制御も難しかった。本研究は、非四辺形領域を 1 枚の NBG (NURBS Boundary Gregory) パッチで内挿する方法を提案する。NBG パッチの要素である S^u 曲面および S^v 曲面は、1 辺内の C^0 頂点で領域をサブパッチに分割し、サブパッチ間の連続性を修正した後、それらのサブパッチを結合することにより構成される。本手法を用いると、四辺形以上の非四辺形領域を 1 枚の NBG パッチで内挿できる。また、簡単な凹形状も 1 枚の NBG パッチで内挿できる。

Surface Interpolation Using NURBS Boundary Gregory Patch for Non-four-sided Area

JUNJI SONE,[†] KOUICHI KONNO^{††} and HIROAKI CHYOKURA^{†††}

Catmull-Clark subdivision is widely used for surface interpolation of a non four sided area. In this method, shape control of the multiple surfaces is difficult. Trimmed surface is used for interpolating a concave area and shape control of the trimmed surface was also difficult. In this research, we propose a method of interpolation of a non-four-sided (over 4) area using a single NBG (NURBS Boundary Gregory) patch. In this method, S^u or S^v is formed by subdividing the area into subpatches at C^0 continuous vertex and merging these subpatches after correcting the continuity. In this method, a non-four-sided (over 4) area can be interpolated by a single NBG patch. And a simple concave area can also be interpolated by a single NBG patch.

1. はじめに

非四辺形形状への曲面の内挿は、Catmull-Clark 分割¹⁾により曲面を四辺形領域に分割する方法が多く用いられている。しかし、この方法では曲面数が増加する。デザインが意匠形状をモデリングする場合、N 辺形領域の曲面形状を修正して等高線や映像線、ハイライト曲線^{2),3)}を修正する必要がある。しかし、この分割された曲面形状を修正する場合、複数の曲面を連携して修正する必要があるため、形状制御が難しくなる。また、内部曲面の連続性を保つため、分割した曲面領域をさらに三角形領域に分割して内挿する手法^{4),5)}も

研究されている。しかし、この方法ではさらに曲面数が増加する。また、Catmull-Clark 分割手法を凹形状に適用すると、曲面が輪郭形状の外側に出てしまう場合がある。そのような場合には、トリム曲面で対応する場合が多い。このトリム曲面は、トリム輪郭稜線と曲面形状が正確に合致する必要がある。そのため、輪郭稜線を修正したとき、その輪郭形状に曲面形状を追随させる必要がある。しかし、トリム輪郭稜線の制御点の弦長パラメータ値(隣接制御点間の距離の比から算出)が対辺の輪郭稜線制御点のそれと比べ、大きく変化する形状変形を行った場合など、曲面の制御点の位置が輪郭稜線の形状に追随するのに不適切な状況になる場合もあり、輪郭形状と曲面の位置精度を保ちながら曲面の形状を制御することは難しい。

また、N 辺形領域を 1 枚の曲面で内挿する研究において、Vertex Blend による方法^{6),7)}や、Edge-Based Blending による方法⁸⁾も提案されている。これらの方法は、曲面制御点を基本とした形状表現ではなく、

[†] 株式会社東芝

TOSHIBA Corporation

^{††} 株式会社リコー研究開発本部

R&D Group, RICOH COMPANY LTD.

^{†††} 慶應義塾大学環境情報学部

Faculty of Environmental Information, Keio University

Blending function を用いて N 辺形領域に曲面を簡単に内挿することができる。また、Miura の方法⁸⁾は、簡単なパラメータを設けて形状の制御も行える利点がある。しかし、NURBS 曲面^{9),10)}への変換が難しく、CAM システムにデータを渡したとき、制御点が捨れる場合があり、オフセットが困難となる。

曲面数が増加する問題に対して、本研究は四辺形以上の非四辺形領域を 1 枚の NBG (NURBS Boundary Gregory) パッチ^{11)~14)}で内挿する方法を提案することにより解決する。また、接線ベクトルの修正による曲面境界領域の形状制御や、4 次に次数上げた共通曲面 (S^c) の中央制御点の移動による曲面中央部分の形状制御¹¹⁾が適用できる。そのため、NURBS 曲面などと比較して、NBG パッチの利点である少ないパラメータでスムーズな形状制御が可能となる。本手法の曲面構成は複雑となるが、任意の位置に接線ベクトルを追加して形状制御が行えるため、Miura の Edge-Based Blending による内挿方法より形状制御の自由度は高い。また、本 NBG パッチは、簡単な凹形状領域に対しても 1 枚で内挿できるため、トリム曲面を用いた場合と比較して形状制御などのモデリングにも柔軟に対応可能となる。また、制御点を基本とした曲面構成のため、NURBS 曲面への変換も容易である。

2 章では、N 辺形領域の内挿に対応した NBG パッチの構成方法や隣接曲面との連続性保持方法を述べる。本手法を適用した結果を 3 章に述べる。

2. N 辺形に対応する NURBS 境界 Gregory パッチの構成

2.1 NURBS 境界 Gregory パッチの概要

NBGP は NURBS 曲線で表現された、複数セグメントの境界曲線を用いて曲面を表現することが可能であり、一般境界 Gregory パッチ¹⁶⁾を拡張した曲面である。これは 3 つの曲面から構成され、次式で定義される。

$$S(u, v) = S^u(u, v) + S^v(u, v) - S^c(u, v). \quad (1)$$

各曲面と境界曲線および接線ベクトルの関係を図 1 に示す。ここで、 S^u は境界曲線 $S(0, v), S(1, v)$ と境界横断導関数 $S_u(0, v), S_u(1, v)$ で定義される。境界曲線は NURBS 曲線を用い、境界横断導関数は NURBS 形式で表現される。同様に、 S^v は境界稜線 $S(u, 0), S(u, 1)$ と境界横断導関数 $S_v(u, 0), S_v(u, 1)$ で定義される。

S^c は S^u と S^v の共通成分であり、3 次の有理境界 Gregory パッチ¹⁷⁾で表現される。ただし、Chiyokura らの提案した、有理境界 Gregory パッチは隣接曲面

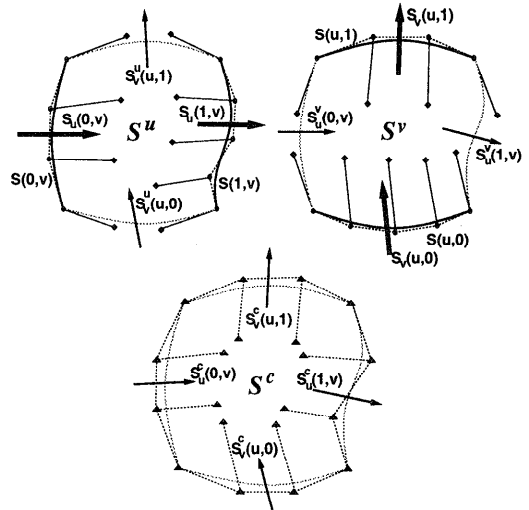


図 1 NURBS 境界 Gregory パッチの 3 個の構成要素パッチ
Fig. 1 Three components of a NURBS boundary Gregory patch.

との G^1 連続の接続を考慮しているため、境界曲線の制御点とその曲線の制御点につながる制御点の重みを一致させていた。NBGP の S^c は S^u に S^v を加えたときに発生する不要な部分をキャンセルするように式 (2) の条件で制御点と重みを設定する。

$$S_v^u(u, 0) = S_v^c(u, 0), S_v^u(u, 1) = S_v^c(u, 1),$$

$$S_u^v(0, v) = S_u^c(0, v), S_u^v(1, v) = S_u^c(1, v). \quad (2)$$

ここで、 S_v^u は、 S^u の v 方向の微分を示し、 S_v^c は、 S^c の v 方向の微分を表す。曲面構成の詳細は、文献 11)~14) を参照のこと。

2.2 N 辺形領域の内挿の概要

本節は周辺曲面との連続性を考慮しない場合について、N 辺形領域 (四辺形以上) を 1 枚の NBG パッチで内挿する方法の概要を説明する。図 2 は五辺形領域を内挿する方法である。ここで、 S^u の u 方向次数と S^v の v 方向次数は 3 次とする。図は S^u をサブパッチに分割する方法を示す。 S^u の 1 辺の C^0 連続の頂点 P_{11} に対して、対角の稜線を P_{11} と同じパラメータ位置で分割して P_{12} を生成する。まず、 C^0 連続の P_{11} において、 P_{11} から P_{12} 間を直線で結び、その長さの $1/3$ のベクトル V^{c1} を求める。境界稜線の接線ベクトル V^{u11} と V^{u21} から作成される平面 PL^1 に V^{c1} を射影して $V^{u18'}$ を得る。点 P_{12} において、連続性が C^1 以上の場合、両端の境界稜線の接線ベクトル V^{u14} と V^{u24} を P_{12} のパラメータ値による加重平均を計算して $V^{u17'}$ を求める。ここで、算出した $V^{u17'}$ と $V^{u18'}$ は、長さが不均一となる場合がある。3 次曲線の内部パラメータを均一とする目

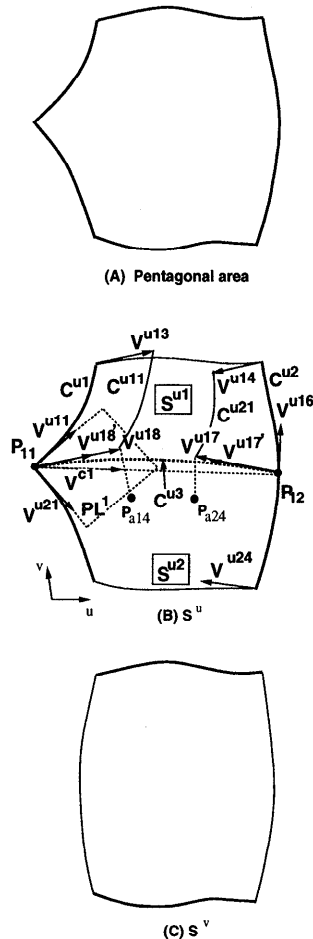


図2 NURBS 境界 Gregory パッチによる五边形領域の内挿方法
 Fig. 2 Surface interpolation method for pentagonal area using a NURBS boundary Gregory patch.

的で、頂点 P_{11}, P_{12} と $V^{u18'}$, $V^{u17'}$ から得られる制御ポリゴンの各辺の長さが等しくなるように、調整し、 V^{u18} , V^{u17} を求める。得られた制御点から3次の Bézier 曲線 C^{u3} を生成して、 S^u をサブパッチに分割する。サブパッチの生成の手順を以下に示す。

- (1) 境界曲線の位数¹⁰⁾合わせ
 境界曲線 C^{u1} と C^{u2} が NURBS 曲線でない場合には、NURBS 曲線に変換する。そして、 C^{u1} と C^{u2} の位数が異なる場合、位数の大きい方に低い方の曲線を次数上げる。
- (2) 境界横断導関数の生成
 ベクトル V^{u13} と V^{u18} および、それらの平均ベクトルから、2次の Bézier 形式の境界横断導関数を生成する。これを NURBS 形式に変換し、境界曲線 C^{u1} の位数と等しくなるよう

に次数上げを行い、knot 列が等しくなるように knot 挿入を行う。求めた境界横断導関数と境界曲線 C^{u1} を加えて曲線 C^{u11} を得る。同様に、ベクトル V^{u14} と V^{u17} および、それらの平均ベクトルから曲線 C^{u21} を得る。

(3) NURBS 曲面の生成

求めた4本の NURBS 曲線 C^{u1} , C^{u11} , C^{u21} , C^{u2} から、 u 方向の位数が4の NURBS 曲面を生成する。

2.3 サブパッチ間の連続性の修正

図2において、サブパッチの S^{u1} と S^{u2} が G^1 連続でなければ、生成した NBG パッチも連続性が保たれない。そこで、 S^{u1} の境界稜線の接線ベクトル V^{u11} , V^{u16} および C^{u11} と C^{u21} の接線ベクトルの平均から、2次の境界横断導関数を構成する。境界横断導関数を G^1 に接続する方法¹⁵⁾により S^{u2} の内部制御点 P_{a14} と P_{a24} を修正する。ここで、 S^{u1} の境界横断導関数を3次に次数上げし、そのベクトルから、 C^{u11} と C^{u21} の S^{u2} 側の接線ベクトルも修正する。このようにして、サブパッチ S^{u1} と S^{u2} の G^1 連続性を保つ。その後、サブパッチ群を1枚の NURBS 曲面に結合して S^u を再構成する。この結合方法を以下に示す。

(1) 位数合わせ

NURBS 曲面は、連結するサブパッチの位数が等しくないと連結できない。そのため、 S^u は v 方向、 S^v は u 方向について、サブパッチの位数の最大値に各サブパッチの位数を合わせるため次数上げを行う。

(2) サブパッチの連結

knot 列を稜線の長さの比から構成する場合について説明する。 S^u において、サブパッチの $u = 0$ の各境界曲線の長さを計算する。knot 値を各曲線を長さから計算することを目的として、全境界曲線の長さに対する比率を各境界曲線の knot 列に乗算する。サブパッチの継目点が C^0 点となるように全 knot 列を結合し、各サブパッチ間の共通制御点を合わせて、1枚の NURBS 曲面を再構成する。

2.4 隣接曲面との連続性保持方法

N 边形領域は複数の曲面が合わさった部分、たとえば、3方向からのフィレットが集まった頂点部分などをブレンドする領域に生成される。この場合、周辺曲面との連続性を考慮する必要がある。

Sarraga¹⁸⁾は、N 個のパッチが合わさる頂点まわりの連続性を曲面間の境界連続性条件とツイストベクト

ルの連続性条件を用いて保持する方法を示した。この前提条件としては、頂点回りの相対する境界稜線が G^1 連続の場合に限られている。本論文の N 辺形パッチの頂点部は、頂点回りの相対する稜線が明らかに G^1 連続とはならない。この場合、ツイストベクトルの連続性条件には、境界曲線の 2 次微分項が影響するため、一意には解を求められない。本論文では、ツイストベクトルをブレンドする方法を用いてこの問題を解決する。

本論文では、下記の方法により隣接曲面との連続性を保持する。

2.4.1 境界稜線が 3 次の場合の連続性保持

図 3 は、五辺形領域の C^0 点周りの連続性を補正する方法を示す。この説明は、境界稜線が 3 次でかつ、すべての重みが 1.0 の NURBS 曲線、つまり 3 次の Bézier 曲線の場合について説明する。 S_a が曲面を内挿する対象の N 辺形領域である。まず、境界横断導関

数を 2 次の Bézier 形式として、 S_a と S_b の連続性を境界横断導関数を G^1 に接続する方法で修正する。ここの、接続の基本式は、

$$\frac{\partial S_{a1}(u,0)}{\partial v} = k(u) \frac{\partial S_b(u,1)}{\partial v} + h(u) \frac{\partial S_{a1}(u,0)}{\partial u} \tag{3}$$

ここで、 $k(u) = k_0(1-u) + k_1u$ 、 $h(u) = h_0(1-u) + h_1u$ である。

上式を、 u で偏微分することにより、以下のツイスト方程式を得る。

$$\frac{\partial^2 S_{a1}(u,0)}{\partial v \partial u} = k_u(u) \frac{\partial S_b(u,1)}{\partial v} + k(u) \frac{\partial^2 S_b(u,1)}{\partial v \partial u} + h_u(u) \frac{\partial S_{a1}(u,0)}{\partial u} + h(u) \frac{\partial^2 S_{a1}(u,0)}{\partial^2 u} \tag{4}$$

定理 1 境界横断導関数を用いて接続した曲面の制御点 P_{a12} は、ツイスト方程式から求めた制御点に置き換えても、2 曲面間の境界横断導関数の G^1 連続性は保たれる。

証明

式 (3) の右辺と左辺を、同じ Bézier 形式で内挿するため、各制御点において次式の代数関係が満たされれば、境界横断導関数間の連続性は保たれる。

$$V_b = k_c V_a + h_c V_c \tag{5}$$

ここで、 V_b は、 S_b の接線ベクトル、 V_a は、 S_a の接線ベクトル、 V_c は、境界曲線の接線ベクトル、 k_c, h_c は、定数である。

ここで、ツイスト方程式は式 (3) を偏微分した式であるため、偏微分方程式の性質より、ツイスト方程式は式 (3) の条件を満足する。上記関係より、各項を同じ Bézier 形式で内挿したツイスト方程式より得た P_{a12} は、制御点 P_{a02} において式 (5) の関係をも満たす。したがって、式 (3) の係数 $k(v), h(v)$ とツイスト方程式の係数が等しいならば、境界横断導関数の連続性から求めた P_{a12} をツイスト方程式から求めた P_{a12} に置き換えて境界横断導関数を構成しても、境界横断導関数間の G^1 連続性は保たれる。

したがって、ツイスト方程式を満たすように、式 (4) に 2 次の境界横断導関数を適用し、以下の条件を考慮して、

$$\begin{aligned} V_{ai} &= P_{a1i} - P_{a0i}, \\ V_{bi} &= P_{a0i} - P_{b2i}, \\ V_{ci} &= P_{a0(i+1)} - P_{a0i}. \end{aligned} \tag{6}$$

P_{a12} を解くと、

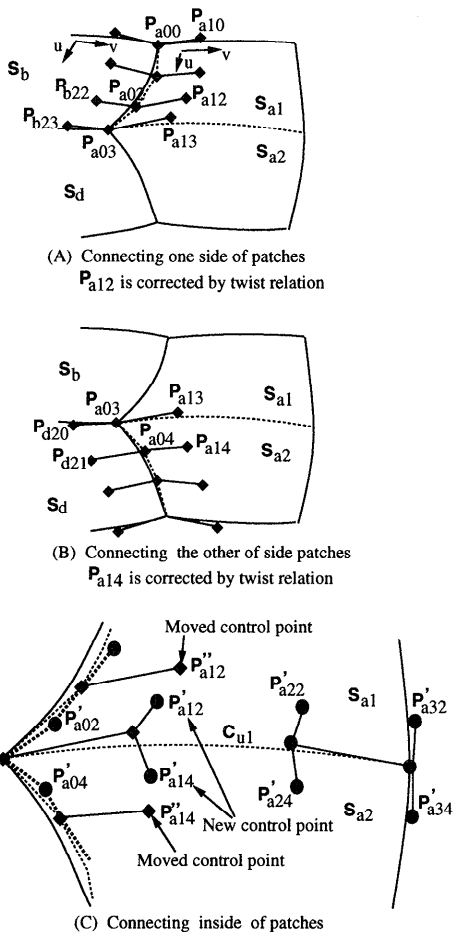


図 3 隣接曲面との G^1 接続方法
Fig. 3 G^1 connection with surround surface.

$$\mathbf{V}_{a2} = \mathbf{V}_{a3} - \frac{\frac{n_{vb}(k_1-k_0)\mathbf{V}_{b2} + n_{vb}k_1(\mathbf{V}_{b2} - \mathbf{V}_{b1})}{3} + \frac{(h_1 - h_0)\mathbf{V}_{c2} + 2h_1(\mathbf{V}_{c2} - \mathbf{V}_{c1})}{3}}{3},$$

$$\mathbf{P}_{a12} = \mathbf{V}_{a2} + \mathbf{P}_{a03}. \quad (7)$$

が得られる。ここで、 n_{vb} は、 \mathbf{S}_b の v 方向の次数である。式の導出の詳細を付録に示す。

同様に、境界横断導関数を 2 次の Bézier 形式として、 \mathbf{S}_a と \mathbf{S}_d の連続性を境界横断導関数を G^1 に接続する方法で修正する。次に、 \mathbf{P}_{a14} をツイストベクトルの連続性を満たすように次式から解く。

$$\mathbf{V}_{a1} = \frac{\frac{n_{vd}(k_1-k_0)\mathbf{V}_{b0} + n_{vd}k_1(\mathbf{V}_{b1} - \mathbf{V}_{b0})}{3} + \frac{(h_1 - h_0)\mathbf{V}_{c0} + 2h_0(\mathbf{V}_{c1} - \mathbf{V}_{c0})}{3}}{3} + \mathbf{V}_{a0},$$

$$\mathbf{P}_{a14} = \mathbf{V}_{a1} + \mathbf{P}_{a04}. \quad (8)$$

ここで、

$$\mathbf{V}_{ai} = \mathbf{P}_{a1(i+3)} - \mathbf{P}_{a0(i+3)},$$

$$\mathbf{V}_{bi} = \mathbf{P}_{a0(i+3)} - \mathbf{P}_{d2i},$$

$$\mathbf{V}_{ci} = \mathbf{P}_{a0(i+4)} - \mathbf{P}_{a0(i+3)}. \quad (9)$$

n_{vd} は、 \mathbf{S}_d の v 方向の次数である。

次に、 \mathbf{S}_{a1} と \mathbf{S}_{a2} 間の連続性を保持する。一般に 2 曲面間の境界稜線が C^0 連続の場合にツイストベクトルの両立性を満たすことは困難である。そのため、境界稜線と境界横断導関数から得られた曲線を NURBS 曲線に変換する。そして、 \mathbf{P}_{a02} と \mathbf{P}_{a03} の間に \mathbf{P}_{a02} の決められた値の knot を挿入して、 \mathbf{P}'_{a02} を得る。knot 列は、下記の方法で求める。

- (1) 境界曲線の位数と制御点数が等しい場合
NURBS 曲線において、1 個の knot 値を挿入すると 1 個の制御点が増える。しかし、knot 値の挿入によりその区間の制御点も移動してしまう。0.5 の knot を挿入するとその区間のすべての制御点が均一距離に再生成されるため、knot 値を、曲線の始点側に制御点を生成する場合は 0.5 とし、終点側の場合も 0.5 とする。
- (2) 境界曲線の制御点が位数より多い、複数セグメント曲線の場合

(1) と同じ考えで、曲線の始点側に制御点を生成する場合は、knot 値を $\text{knotv}[\text{order}]/2.0$ とする、終点側の場合は、knot 値を $1.0 - (1.0 - \text{knotv}[\text{cnum} - 1])/2.0$ とする。ここで、 $\text{knotv}[]$ は、knot の配列、 order は位数、 cnum は、制御点数を表す。

ここで、今回用いた knot 値は、あくまで目安であり、形状の変化具合や、設計者の意図により、調整できることが必要である。

同様にして、 \mathbf{P}'_{a12} , \mathbf{P}'_{a22} , \mathbf{P}'_{a32} , \mathbf{P}'_{a04} , \mathbf{P}'_{a14} , \mathbf{P}'_{a24} , \mathbf{P}'_{a34} を得る。ここで得られた、制御点を曲線 \mathbf{C}_{u1} を境界稜線として、ツイストベクトルの連続性を満たすように、制御点 \mathbf{P}'_{a14} と \mathbf{P}'_{a24} を求める。これらは、2 次の境界横断導関数を用いて、式 (5)、式 (7) から求める。この方法により、通常の方法では、ツイストベクトルの両立性を満足させることが難しい場合、両側のツイストベクトルを上記の方法でブレンドすることにより、安定して隣接曲面間のツイストベクトルの両立性を満たすことができる。

ここで、 \mathbf{S}_b , \mathbf{S}_d が Gregory パッチの場合、 \mathbf{S}_a との接続とは独立に \mathbf{S}_b と \mathbf{S}_d 間の G^1 接続を修正でき、ツイストベクトルの両立性を考慮する必要もない。

2.4.2 境界稜線が 3 次を超える場合と有理の場合の接続

境界稜線が、複数セグメントの場合については、 \mathbf{S}_a と \mathbf{S}_b もしくは、 \mathbf{S}_a と \mathbf{S}_d 間の接続は、今野¹⁹⁾の方法を用いて、境界横断導関数を G^1 に接続する。 C^0 連続点の近傍については、1 セグメントの境界横断導関数に対してツイストベクトルの連続性を保つように制御点を修正する。また、上記のブレンド方法を用いることにより、 C^0 頂点でのツイストベクトルの両立性が満たされる。 \mathbf{S}_{a1} と \mathbf{S}_{a2} 間の接続については、前項と同様である。

また、境界稜線が有理式である場合、隣接曲面との G^1 連続性は、Chiyokura ら¹⁷⁾の方法を用いて比較的簡易に保つことができる。しかし、 \mathbf{S}_{a1} と \mathbf{S}_{a2} 間については、 \mathbf{P}_{a03} と \mathbf{P}'_{a02} および \mathbf{P}'_{a04} の重みが異なるため、Liu²⁰⁾の方法を用いる必要がある。しかし、この方法により接続すると曲面の次数が大きく上昇する。そのため、実用化にはさらなる検討が必要である。

2.5 一般的な N 辺形領域の曲面構成

図 4 に六辺形領域を内挿する方法を示す。五辺形領域の場合と同様に、 \mathbf{S}^u をサブパッチ \mathbf{S}^{u1} と \mathbf{S}^{u2} に分割する。また、 \mathbf{S}^v も、サブパッチ \mathbf{S}^{v1} と \mathbf{S}^{v2} に分割する。また、六辺形領域において、 C^0 連続の頂点が \mathbf{S}^u の左右の輪郭稜線にある場合、 \mathbf{S}^u を \mathbf{S}^{u1} と \mathbf{S}^{u2} に分割するだけで対応できる場合もある。ここで、 \mathbf{S}^u において、NBG パッチの境界となる 2 対の境界稜線の対角位置に 2 個の C^0 連続の頂点が存在し、両 C^0 連続の頂点の弦長パラメータが等しい場合、その C^0 連続の頂点を結ぶ曲線を構成して、 \mathbf{S}^u を 2 個のサブパッチに分割することができる。また、 \mathbf{S}^u において、

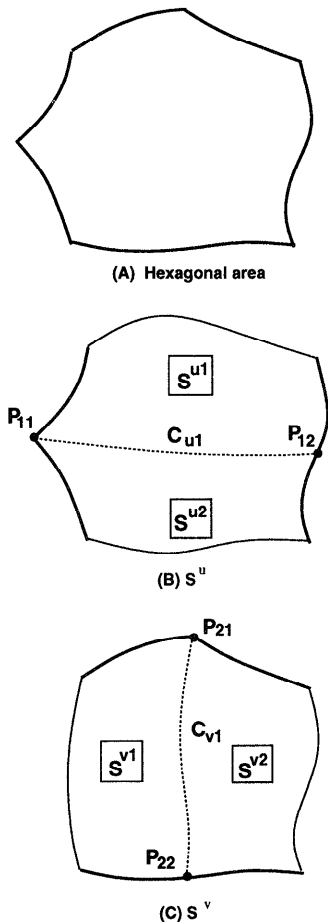


図4 NURBS 境界 Gregory パッチによる六辺形領域の内挿方法
Fig. 4 Surface interpolation method for hexagonal area using a NURBS boundary Gregory patch.

NBG パッチの境界となる 2 対の境界稜線上における C^0 連続の頂点の弦長パラメータが 0.1 以上異なる場合、曲面のパラメータを均一にする必要があるため、両辺の C^0 連続点において S^u 曲面を相互に分割することにより、3 個のサブパッチが生成される。

本手法の一般則として、 N 辺形領域は、4 辺の長さが均等になる 4 頂点を選ぶ。六辺形領域の内挿方法で述べたように、境界稜線上での C^0 連続の頂点のパラメータを調べて、対角辺に対応する C^0 連続の頂点が存在するか調べながら、 S^u および S^v をサブパッチに分割する。後はサブパッチ間の連続を修正し、サブパッチ群を 1 枚の NURBS 曲面に結合して S^u および S^v を再構成することにより、1 枚の NBGP を作成する。 S^c の構成方法については、今野ら¹⁴⁾の論文を参照のこと。

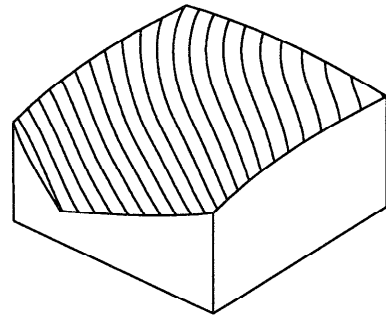


図5 五角形領域への内挿場合の曲面等高線
Fig. 5 Surface interpolation for pentagonal area and its contour lines.

2.6 N 辺形対応の NURBS 境界 Gregory パッチの特徴

N 辺形に対応した NBGP は、以下の特徴を持つ。

- (1) C^0 頂点の個数に応じて領域をサブパッチに分割する方法を用いて S^u および S^v を構成するため、四辺形以上の N 辺形領域の曲面内挿に対応できる。
- (2) サブパッチの段階において、隣接曲面やサブパッチ間の G^1 連続性を保つように制御点を修正するため、隣接曲面との G^1 連続性も保持される。また、 C^0 頂点周辺においては、ツイストベクトルの両立性も保たれる。
- (3) 連続性に関与しない接線ベクトルを修正することにより、曲面形状を修正することができる。また、 S^c を 4 次に次数上げて曲面を構成すると、中央の制御点を移動させることにより、曲面中央部の形状をスムーズに制御できる。
- (4) 簡単な凹形状領域に対しても本手法のサブパッチを用いた NBG パッチにより、曲面を内挿できるため、簡単なトリム面を 1 枚の NBG パッチで置き換えることができる。

3. 適用結果

以下に本手法を適用した結果について述べる。

3.1 N 辺形領域への内挿

五辺形領域を 1 枚の NBG パッチで内挿した結果を図 5 に示す。等高線の形状から、曲面はなめらかに内挿されていることが分かる。

また、10 辺形領域を内挿した結果を図 6 に示す。図中には、 S^u と S^v のサブパッチも示す。等高線の形状から、曲面はなめらかに内挿されていることが分かる。

3.2 周辺曲面との接続結果

周辺曲面との接続を行った場合の、五辺形領域の内挿結果を図 7 に示す。等高線の Z 軸方向は、

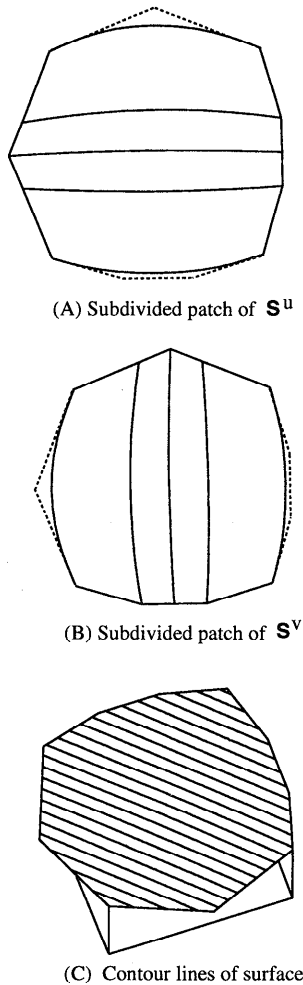


図6 10 辺形領域への内挿場合の曲面等高線

Fig. 6 Surface interpolation for 10 sided area and its contour lines.

$(-0.33, 0.33, 0.33)$ である。等高線より周辺曲面となめらかに接続されていることが分かる。

3.3 形状制御結果

五辺形領域を内挿したNBGパッチの S^c を4次に次数上げる。曲面の $u=0.5, v=0.5$ の位置が法線方向に30mm移動するように、 S^c 中央部の制御点を制御して曲面形状を修正した結果を図8に示す。等高線のZ軸方向は、 $(-0.33, 0.33, 0.33)$ である。図の等高線より、周辺曲面と G^1 連続を保ちながら曲面中央部は盛り上がっていることが分かる。

3.4 トリム曲面への適用結果

形状の一部が凹形状となっている領域への曲面内挿結果を図9に示す。図中にはトリム面とNBGパッチで内挿した場合の比較を示す。図よりNBGパッチの等高線の歪みは少なく、トリム面のそれに近いことが分

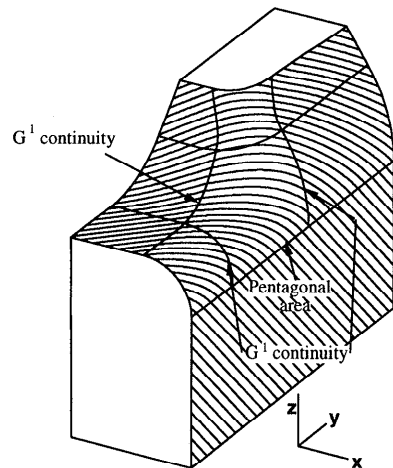


図7 周辺曲面との接続を行った場合の各曲面の等高線
Fig. 7 G^1 connection with surround surface and these contour lines.

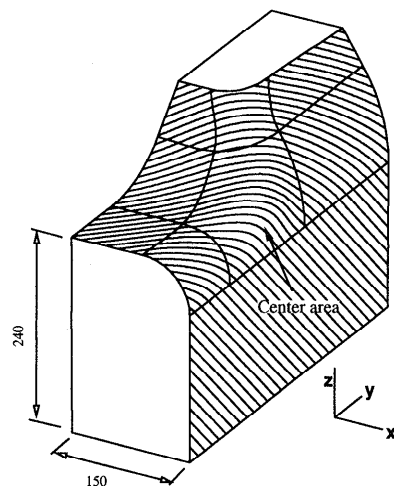


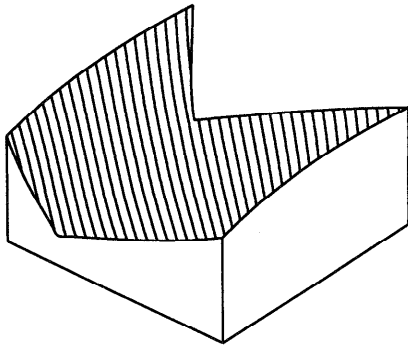
図8 五辺形領域の曲面中央部を形状制御した場合の各曲面の等高線

Fig. 8 Shape control result of center area and these contour lines.

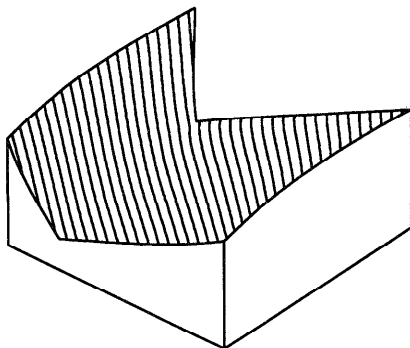
かる。このような簡単な凹形状ならば、1枚のNBGPで曲面を内挿できることが分かる。

4. ま と め

境界稜線の C^0 頂点の個数に応じて曲面領域をサブパッチに分割し、それらのサブパッチ間の連続性を修正した後、それらを結合して S^u および S^v を作成することにより、NBGパッチを構成する方法を提案した。そして、任意の四辺形以上のN辺形領域の曲面内挿に、本手法が適用できることを示した。また、サブパッチの段階において、境界横断関数を用いて隣



(A) Trimmed surface



(B) Single NBG patch

図9 凹領域を内挿した場合の等高線

Fig. 9 Surface interpolation for concave area.

接曲面間との G^1 連続性を保ち、かつ、 C^0 連続の頂点において、両側のツイストベクトルをブレンドすることにより、隣接曲面間のツイストベクトルの両立性を保持できる。

また、簡単な凹形状領域に対しても、本手法を用いて曲面を内挿できるため、トリム曲面を用いた場合と比較して、形状制御などのモデリングの自由度が向上する。

今後、境界稜線が有理式の場合や複雑なトリム領域の内挿について、研究を進めていきたい。

参考文献

- 1) Catmull, E. and Clark, J.: Recursively Generated B-spline Surfaces on Arbitrary Topological Meshes, *Computer-Aided Design*, Vol.10, No.6, pp.350-355 (1978).
- 2) 東 正毅, 近藤 学: 曲面の基本的性質の解明と美的意匠曲面の評価, *精密工学会誌*, Vol.59, No.3, pp.441-447 (1993).
- 3) 曾根順治, 千代倉弘明: 4次ブレンド NURBS 境界 Gregory パッチを用いた曲面のハイライト制御,

情報処理学会論文誌, Vol.37, No.12, pp.2212-2222 (1996).

- 4) Peters, J.: Smooth Free-form Surfaces over Irregular Meshes Generalizing Quadratic Splines, *Computer Aided Geometric Design*, Vol.10, pp.347-361 (1993).
- 5) Loop, C.: Smooth Spline Surfaces over Irregular Meshes, *Proc. SIGGRAPH '94*, pp.303-310 (1994).
- 6) Gregory, J.A.: N-sided Surface Patches, *Mathematics of Surfaces*, Gregory, J. (Ed.), pp.217-232, Clarendon Press (1986).
- 7) Charrot, P. and Gregory, J.A.: A Pentagonal Surface Patch for Computer Aided Geometric Design, *Computer Aided Geometric Design*, Vol.1, pp.87-94 (1984).
- 8) Miura, K.T., Adachi, M. and Chiyokura, H.: Patch Interpolation Using Edge-based Blending Function, *Computer Graphics and Applications*, pp.185-199 (1996).
- 9) Tiller, W.: Rational B-splines for Curve and Surface Representation, *IEEE CG & A*, Vol.3, No.6, pp.61-69 (1983).
- 10) Farin, G.: *Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design A Practical Guide*, ACADEMIC PRESS (1988).
- 11) Sone, J., Watanabe, T., Yamakawa, S. and Chiyokura, H.: NURBS Boundary Gregory Patch and Its Shape Control, *International Journal of Shape Modeling*, Vol.1, No.2, pp.151-165 (1994).
- 12) Miura, K.T. and Chiyokura, H.: NURBS C^2 Gregory Patch, *Annals of Numerical Mathematics*, Vol.3, No.1, pp.267-283 (1996).
- 13) Konno, K. and Chiyokura, H.: An Approach of Designing and Controlling Free-Form Surfaces Using NURBS Boundary Gregory Patch, *Computer Aided Geometric Design*, Vol.13, pp.825-849 (1996).
- 14) 今野見市, 千代倉弘明: NURBS 境界 Gregory パッチによる自由曲面の内挿方法, *情報処理学会論文誌*, Vol.35, No.10, pp.2203-2213 (1994).
- 15) Chiyokura, H. and Kimura, F.: Design of Solids with Free Form Surfaces *Computer Graphics*, Vol.17, No.3, pp.289-298 (1983).
- 16) Konno, K., Takamura, T. and Chiyokura, H.: A New Control Method for Free-form Surfaces with Tangent Continuity and Its Applications, *Scientific Visualization of Physical Phenomena*, Patrikalakis, N.M. (Ed.), pp.435-456, Springer-Verlag, Tokyo (1991).
- 17) Chiyokura, H., Takamura, T., Konno, K. and Harada, T.: G^1 Surface Interpolation over Irregular Meshes with Rational Curves, *NURBS*

for *Curve and Surface Design*, Farin, G. (Ed.), pp.15-34, SIAM, Philadelphia (1991).

- 18) Sarraga, R.F.: G^1 Interpolation of Generally Unrestricted Cubic Bézier Curves, *Computer Aided Geometric Design*, Vol.4, pp.23-39 (1987).
- 19) 今野晃市, 千代倉弘明: C^1 連続な NURBS 境界 Gregory パッチによる複雑な位相を持つ曲線メッシュの接続, 情報処理学会論文誌, Vol.39, No.1, pp.70-80 (1998).
- 20) Liu, D.: GC^1 Continuity Condition between Two Adjacent Rational Bézier Surface Patches, *Computer Aided Geometric Design*, Vol.7, pp.151-163 (1990).

付 録

ツイスト方程式からの制御点導出する過程を示す。境界横断導関数を 2 次, 境界曲線を 3 次として, $k(u) = k_0(1-u) + k_1u$, $h(u) = h_0(1-u) + h_1u$ を考慮すると, 式 (4) から次式が得られる。

$$\begin{aligned}
 9 \sum_{i=0}^2 B_i(u)(\mathbf{V}_{a(i+1)} - \mathbf{V}_{ai}) = & \\
 3n_{vb}(k_1 - k_0) \sum_{i=0}^2 B_i(u)\mathbf{V}_{bi} + & \\
 9(k_0(1-u) + k_1u) \sum_{i=0}^1 B_i(u)(\mathbf{V}_{b(i+1)} - \mathbf{V}_{bi}) & \\
 + 3(h_1 - h_0) \sum_{i=0}^2 B_i(u)\mathbf{V}_{ci} + & \\
 6(h_0(1-u) + h_1u) \sum_{i=0}^1 B_i(u)(\mathbf{V}_{c(i+1)} - \mathbf{V}_{ci}). & \quad (10)
 \end{aligned}$$

ここで, $\mathbf{V}_{ai} = \mathbf{P}_{a1i} - \mathbf{P}_{a0i}$, $\mathbf{V}_{bi} = \mathbf{P}_{a0i} - \mathbf{P}_{b2i}$, $\mathbf{V}_{ci} = \mathbf{P}_{a0(i+1)} - \mathbf{P}_{a0i}$. n_{vb} は \mathbf{S}_b の v 方向の次数, $B_i(u)$ は Bernstein 基底関数である。

上式から,

$$\begin{aligned}
 9(\mathbf{V}_{a3} - \mathbf{V}_{a2}) = n_{vb}(k_1 - k_0)\mathbf{V}_{b2} + & \\
 3n_{vb}k_1(\mathbf{V}_{b2} - \mathbf{V}_{b1}) + & \\
 3(h_1 - h_0)\mathbf{V}_{c2} + 6h_1(\mathbf{V}_{c2} - \mathbf{V}_{c1}). & \quad (11)
 \end{aligned}$$

が得られ, \mathbf{V}_{a2} について解くと, 式 (7) が得られる。
(平成 9 年 10 月 20 日受付)
(平成 10 年 11 月 9 日採録)



曾根 順治 (正会員)

昭和 36 年生。昭和 57 年豊橋技術科学大学エネルギー工学科卒業。昭和 59 年同大学院修士課程修了。同年 (株) 東芝に勤務。平成 5 年から慶應義塾大学 SFC 研究所訪問所員。

CAD/CAM の研究・アプリケーションの開発に従事。自由曲面の生成・形状制御および製造システムに興味を持つ。



今野 晃市 (正会員)

昭和 37 年生。昭和 60 年筑波大学第三学群情報学類卒業, (株) リコー研究開発本部ソフトウェア研究所に勤務。ソリッドモデラ DESIGN-BASE の研究開発に従事。レンダリングアルゴリズム, 自由曲面の生成手法, 曲線・曲面の形状制御, 並列処理に興味を持つ。工学博士。



千代倉弘明 (正会員)

昭和 29 年生。昭和 54 年慶應義塾大学工学部数理工学科卒業, 昭和 56 年同大学院修士課程修了。昭和 59 年東京大学工学部精密機械工学科博士課程修了。平成 2 年慶應義塾大学環境情報学部助教授。平成 9 年同大学環境情報学部教授。研究テーマは 3D 形状モデリングとその応用。工学博士。著書は「Solid Modeling with DESIGNBASE」(Addison-Wesley, 1988)。「3D-CAD」(Springer-Verlag, 1993)。「グラフィックス機能論」(産業図書, 1995)。