

摂動付ケプラー多体系のシミュレーションに関する研究*

7R-3

○林 賢一 志田晃一郎 藤川英司 山田新一†
 ‡武蔵工業大学‡

1 はじめに

惑星環の特徴として、“惑星の赤道面上に平らに分布している”, “環(リングレット)は微細構造である”, “環を構成する無数の粒子はそれぞれ独自の軌道をもって惑星の周囲を公転している”ということなどが挙げられる。しかし, これらの環が, どのように形成され, 安定しているのかは完全には解明されていない。

そこで, 非弾性衝突に基づく摂動を含んだ衝突多体系シミュレータを作成し, これを用いばらつきのある粒子群が環の特徴を持つようになることをシミュレーションで明らかにする。

2 理論

運動方程式の数値解を求めることにより, 粒子の運動を求める。運動の法則と万有引力の法則より質量 m の粒子が中心の天体から受ける力 F は, 粒子と中心天体との距離を $r(t)$ として,

$$m \frac{d^2 \vec{r}(t)}{dt^2} = m \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \vec{F}(t), \tag{1}$$

$$\vec{F}(t) = -G \frac{mM}{|\vec{r}(t)|^2} \cdot \frac{\vec{r}(t)}{|\vec{r}(t)|}. \tag{2}$$

と表せる。次に, 摂動力を考慮し, 粒子が全体から受ける力は,

$$\vec{F}_j(t) = - \sum_{i=0}^n G \frac{mM}{|\vec{r}_j(t)|^2} \cdot \frac{\vec{r}_j(t)}{|\vec{r}_j(t)|}. \tag{3}$$

となり, これらの式を連立して得る次式をルンゲ・クッタ法を用いて解き, 位置と速度を求める。

$$\sum_{i=0}^n m \frac{d^2 \vec{r}_i(t)}{dt^2} = \sum_{i=0}^n m \frac{d\vec{v}_i(t)}{dt} = - \sum_{i=0}^n G \frac{mM}{|\vec{r}_i(t)|^2} \cdot \frac{\vec{r}_i(t)}{|\vec{r}_i(t)|}. \tag{4}$$

粒子の質量は全て等しいとし, 2つの粒子が速度 \vec{v}_i, \vec{v}_j で衝突したとすると, 衝突後の速度 \vec{v}'_i, \vec{v}'_j は, 運動量保存則と衝突の法則より求まる以下の式により決定され

る (\vec{n}, \vec{t} は法線方向のベクトルと接線方向のベクトルである)。

$$\vec{v}'_i + \vec{v}'_j = \vec{v}_i + \vec{v}_j, \tag{5}$$

$$(\vec{v}'_i - \vec{v}'_j) \cdot \vec{n} = -e_n (\vec{v}_i - \vec{v}_j) \cdot \vec{n}, \tag{6}$$

$$(\vec{v}'_i - \vec{v}'_j) \cdot \vec{t} = -e_t (\vec{v}_i - \vec{v}_j) \cdot \vec{t}. \tag{7}$$

3 シミュレーション

粒子の運動には中心力による影響や相互重力による影響があり, また互いに衝突することがある。そこでシミュレータモデルは中心に質量を1とする天体を置き, その周囲に質量の大きい (10^{-12} 程度) 数個の天体と質量が無視できるほど小さい粒子が数多く存在するとする。

プログラムではある時間 t から微小時間 Δt 後の粒子の運動が衝突するか否かを判定して次の処理を行う。

- 衝突する場合 …………… 衝突した後の新しい速度を計算する。
- 衝突しない場合 …………… ルンゲ・クッタ法を利用し, 精度が良くなるように刻み幅を自動調節する。

この判定を時間経過とともに繰り返していく。

また初期条件として, 粒子直径を軌道半径の $1/100$, 接線方向の反発係数を -0.4 , 法線方向の反発係数を 0.1 といったのを基本として考えていく[2]。

4 結果及び検討

シミュレーション条件を表1に示す。図1が粒子の初期配置で, 全てこの状態からシミュレーションを行う。

表1: シミュレーション条件

相互重力	粒子数	周期	衝突回数
有	50	100	21
		500	75
	100	100	34
		500	85

*A Simulation method for Gravitational many-bodies System

†Ken'ichi Hayashi, Koichiro Shida, Hideji Fujikawa, Shin'ichi Yamada

‡Musashi Institute of Technology



図 1: 粒子数 100 個の初期配置

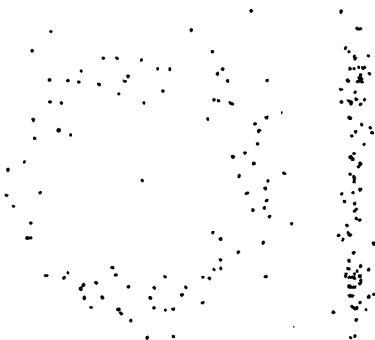


図 2: 粒子数 100 個の初期配置から約 500 周期後の状態

図 1 が粒子数 100 個の初期配置であり、その約 500 周期後の状態が図 2 である。これらの図を比較すると、散らばりはあるものの図 2 のほうが環が平らに分布していることがわかり、惑星環の特徴を示していると考えられる。

図 3, 4 は半径方向の粒子分布を示しており、これらを比較すると、約 500 周期後の方が初期配置よりも半径方向の幅が広がっており、図における谷の部分の数が増加していることがわかる。これは環が分割されている様子を表していると考えられ、これよりリングレットが微細構造であることが確認できる。

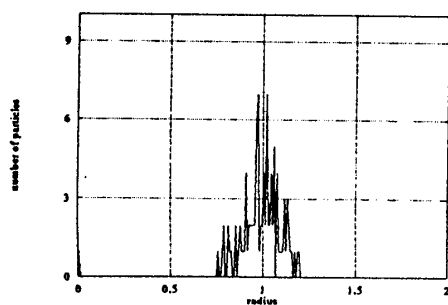


図 3: 粒子数 100 個の初期配置時の半径方向の粒子分布

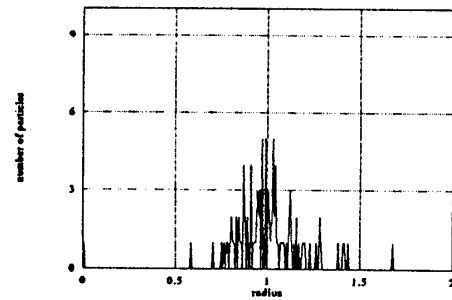


図 4: 初期配置から約 500 周期後の半径方向の粒子分布

本研究は相互重力が“有”の場合を想定してシミュレーションを行った。

粒子数は最大で 100 個としたが、さらに粒子数を増やしてシミュレーションを行うことにより、リングレット形成をより視覚的に明確にでき、その統計的性質も調べることが可能になると考えられる。

5 結論

本研究では、摂動を考慮した非弾性衝突に基づくシミュレータを作成し、惑星の周りを回るある程度ランダムな粒子群が次第に同一軌道平面上を回るようになる様子が確認された。

以上より完全ではないが、“惑星の赤道面上に平らに分布している”、“リングレットは微細構造である”、“環を構成する無数の粒子はそれぞれ独自の軌道をもって惑星の周囲を公転している”という惑星環の特徴を示すような結果が得られ、ばらつきのある粒子群が環の特徴をもつようになることがシミュレーションにより確認された。

参考文献

- [1] 今橋 章徳: 摂動付ケプラー多体系のシミュレーションに関する研究, 平成 5 年度 卒業論文集, 武蔵工業大学 自動制御研究室 (1994).
- [2] 志田 晃一郎: 非弾性多体系のシミュレーションに関する研究 (1992).
- [3] 戸川 隼人: 科学技術ハンドブック, サイエンス社 (1992).
- [4] VISCAデベロッパーズ マニュアル, ソニー株式会社 (1991).