

ファイルの転送時間を考慮した 最適なファイルスケジューリングについて

4C-11

尾崎 周 金子 美博
岐阜大学工学部 電子情報工学科

1 はじめに

従来までのファイルスケジューリングの理論では、コストのみが考察対象であり、時間は考慮していなかった。本報告では、ファイル転送ネットワークに、新たに時間を枝のパラメータとして導入し、コストと時間の二つの観点からバランスのとれたファイル転送方法（ファイルスケジューリング）の求め方を考察する。

2 定義

本報告で扱うファイル転送ネットワーク $N=(V, B, c_v, d, c_B, t_B)$ は、点集合 V 、枝集合 B のアサイクリックグラフの構造とする。 N の外から点 v_1 に与えられるファイルを J とし、点 v で J を 1 部コピーするのに要するコスト $c_v(v)$ ($c_v(v) > 0$)、点 v における J のコピーの部数の需要値 $d(v)$ ($d(v) > 0$)、 J のコピーが 1 部枝 e を通るのに要するコスト $c_B(e)$ ($c_B(e) > 0$)、 J のコピーが枝 e を通るのに要する転送時間 $t_B(e)$ ($t_B(e) > 0$) をそれぞれ重みとして持つ。点 v に入る枝集合及び点 v から出る枝集合をそれぞれ $B_-(v)$ 及び $B_+(v)$ とする。 $B_+(v) = \emptyset$ である点 v を端点と呼ぶ。

点 v でコピーする J の部数を $\phi(v)$ 、枝 e を通る J のコピーの部数を $f(e)$ とする。以下の二つの条件を満たす (ϕ, f) を N 上のファイルスケジューリングと呼ぶ。

$$(C1) \quad \sum_{e \in B_-(v)} f(e) + \phi(v) = \sum_{e \in B_+(v)} f(e) + d(v) \quad (v \in V \setminus \{v_1\})$$

$$1 + \sum_{e \in B_-(v_1)} f(e) + \phi(v_1) = \sum_{e \in B_+(v_1)} f(e) + d(v_1)$$

(C2) $\phi(v) > 0$ である点 v に対して、 P 上の全ての枝 e が $f(e) > 0$ である v_1 - v パス P が存在する。

ファイルスケジューリング D のコスト $C(D)$ は、 D を通して各点で J のコピーを作るコストの総和と各枝で J のコピーを転送するのに要するコストの総和の和であり、次式のように表される。

$$C(D) = \sum_{u \in V} c_v(u) \cdot \phi(u) + \sum_{e \in B} c_B(e) \cdot f(e)$$

N 上でコストが最小のファイルスケジューリングを、最適なファイルスケジューリングという。

パス P 上の枝のコストの総和を $c(P)$ とする。 N 上の任意の x - y パス P に対して、 $c(P') \leq c(P)$ となるような x - y パス P' を最小コスト x - y パスと定義する。以降では、 J のコピー 1 部が最小コスト x - y パスを通るのに要するコストを簡略化して $c_{x,y}$ で表す。

パス P に対して、 P 上の枝集合及び点集合をそれぞれ $B(P)$ 及び $V(P)$ で表す。パス P に対して、ある x - y パス P' が $V(P') \subseteq V(P)$ かつ $B(P') \subseteq B(P)$ を満たすならば、 P' を P の x - y 部分パスと呼ぶ。

パス P に対して、 $t(P)$ は、 P 上の各枝 e の $t_B(e)$ の総和を表し、 P による (J のコピーの) 転送時間と呼ぶ。全ての v_1 - v パスで転送時間が最小及び最大のものを、それぞれ v までのファイルの最小転送時間及び最大転送時間と呼ぶ。

点 x が、 x 以外の V 上の任意の点 y に対して、 $c_v(x) < c_v(y) + c_{v,x}$ を満たすとき、 x を母点という。母点でない点を非母点という。 V の各点 u に対して、 $H(u)$ を、

$$H(u) = \{x \in V \mid V \text{ 上の任意の点 } x' \text{ に対して、} \\ c_v(x) + c_{x,u} \leq c_v(x') + c_{x',u}\}$$

とする。この $H(u)$ を用いて、 V の各点 u に対して、 $h(u) \in H(u) \cap M$ とする。非母点 u に対して u の代わりに u の需要値分の J のコピーを行う母点を $h(u)$ とする。

本報告では、各点で J のコピーを作るのに要する時間は考慮しない。また、各枝を J のコピーを転送する時間は、通過する J のコピーの部数に依存しないものとする。図 1 において、 Δ は近くの点及び枝のコストを、 ∇ は近くの枝の転送時間をそれぞれ表す。尚、簡単のため、各点の需要値は全て 3 とする。

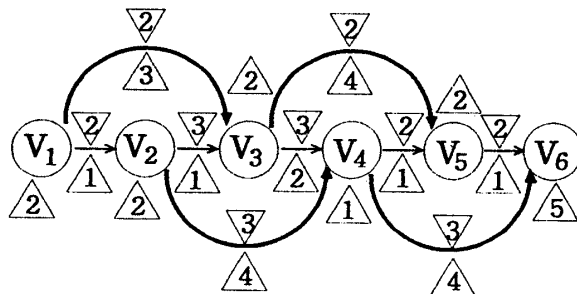


図 1. ファイル転送ネットワーク N の例

ファイルスケジューリング $D=(\phi, f)$ が与えられた

"An Optimal File Scheduling with File Transmission Time Constraint"
Chikashi OZAKI and Yoshihiro KANEKO
Department of Electronics and Computer Engineering,
Faculty of Engineering, Gifu University

とき、 $\sum_{e \in B_+(v)} f(e) = 0$ である N 上の点 v に対して、 P_i 上の各枝 e が、 $f(e) > 0$ である v_1-v_i パス P_i による転送時間で、最長のパスの時間を、 (ϕ, f) のファイル転送完了時間と呼び、 $t(D)$ で表す。

与えられた k に対し、 $t(D) \leq k$ であるファイルスケジューリング D を、期限 k のファイルスケジューリングと呼ぶ。

3 期限のある最適なファイルスケジューリングの構成

アサイクリックグラフ構造のファイル転送ネットワーク N に対して、BFSを用いて、全ての v_1-v_n パスを求め、それらの転送時間を求める。例えば、図1のファイル転送ネットワーク上の v_1-v_6 パスは図2のようになる。

v_1-v_6 パス	転送時間
$v_1 \rightarrow v_3 \rightarrow v_5 \rightarrow v_6$	6
$v_1 \rightarrow v_3 \rightarrow v_4 \rightarrow v_6$	8
$v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_4 \rightarrow v_6$	8
$v_1 \rightarrow v_3 \rightarrow v_4 \rightarrow v_5 \rightarrow v_6$	9
$v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_4 \rightarrow v_5 \rightarrow v_6$	9
$v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_5 \rightarrow v_6$	9
$v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_4 \rightarrow v_6$	11
$v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_4 \rightarrow v_5 \rightarrow v_6$	12

図2. 図1の N の v_1-v_6 パス

このようにして得られた v_1-v_n パスを基に、与えられた期限 k に対して、ファイル転送完了時間が k 以下で最小コストのファイルスケジューリングの構成法を考える。次のアルゴリズム(Algorithm 1)によって、ある v_1-v_n パス上に J のコピーが必ず転送されるファイルスケジューリングが求められる。

Algorithm 1

入力: v_1-v_n パス P
 出力: P 上の各枝 e が $f(e) > 0$ である
 ファイルスケジューリング

ただし、パス P 上の各点 v に対して、 P の v_1-v 部分パス上の全ての枝の転送時間の総和を $t(v)$ とする。

- Step1. $V(P) = V$ ならば、Step4へ。そうでなければ、 $U \leftarrow V \setminus V(P)$ とする。
- Step2. U の中で、添字 i の最も小さい点 v_i を選び
 $U \leftarrow U \setminus \{v_i\}$ とする。
- Step3. $t(w) + t(P') \leq k$ であるような、 $V(P)$ 上の点 w 及

び $w-v_i$ パス P' に対して、 v_i への J のコピーの転送コストとなる、 $c_v(w) + c(P')$ が最小となるものを選び、 $\phi(w)$ 及び P' 上の各枝 e の $f(e)$ の値を決定する。 $V(P) \leftarrow V(P) \cup \{v_i\}$ とし、 $U \neq \emptyset$ ならば、Step2へ。

- Step4. P に対する最適なファイルスケジューリング (ϕ_P, f_P) を決定し、Step3で得られる (ϕ, f) と重ね合わせる。

Algorithm 1 終了 □

Algorithm 1において、パス P に対する最適なファイルスケジューリングとは、 N の部分ネットワーク $(V(P), B(P), c_v, d, c_B)$ における最適なファイルスケジューリングを指し、これは、 $O(n)$ の手間で求められることが知られている[1]。全ての v_1-v_n パスに対して、Algorithm 1を用いて、それぞれファイルスケジューリングを求め、その中でコストが最も小さいものが、期限 k の最適なファイルスケジューリングである。

例えば、図1の N に対して、 v_1-v_6 パスの集合(図2)より、期限8の最適なファイルスケジューリングは図3のようになる。この図において、枝 e の付近の値は $f(e)$ 、点 v の付近の値は $\phi(v)$ を表す。

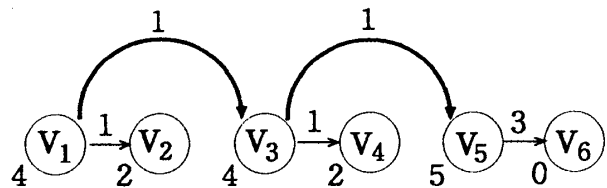


図3. 期限8のファイルスケジューリング

4. おわりに

本報告では、ファイル転送ネットワークをコストと時間の2つの観点からバランスのとれたファイルスケジューリングの求め方を考察した。アサイクリックグラフの構造によっては、 v_1-v_n パスの総数が 2^n 個程度存在する場合もあるため、本報告で提案したアルゴリズムは最悪指数関数の手間がかかる。従って、まずこの問題がNP-困難であるかどうか検討することが今後の課題として挙げられる。

参考文献

[1] Kaneko, Y., Tashiro, R., Shinoda, S. and Horiuchi, K., "A linear-time algorithm for designing an optimal file transfer through an arborescence-net," *IEICE Trans.*, vol. E75-A, no. 7, pp. 901-904, Jul. 1992.