

有限要素法による音波浮揚のシミュレーション

3C-8

木原 和夫 堀田 裕弘 村井 忠邦（富山大学工学部）

1 まえがき

高純度材料の精製を目的とした材料の非接触加熱の一手法として、音波の放射圧により材料を浮揚させる方法が考えられている^[1]。しかしながら材料を安定に浮揚させ、保持するには様々な条件が考慮されなければならないが、浮揚制御条件は十分に検討されていない。本研究は、有限要素法を用いて音波浮揚のシミュレーションを行ったもので、モデルとしては三次元の円筒形モデルを想定している。各種パラメータの浮揚力に及ぼす影響の数値例を示す。

2 モデル

解析モデルは、図1に示すような剛壁で囲まれた三次元の円筒で、管内にはクリプトンガスが充填されているとした。サンプル（被浮揚物質）として、アルミニウムを想定している。

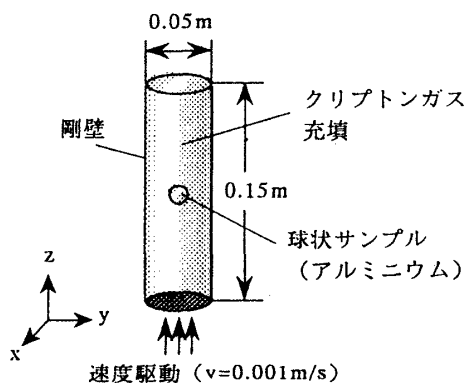


図1 円筒形浮揚器

3 解析法

浮揚器は一定周波数で駆動されるものとする。定常音場の支配方程式は以下ようになる。

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho \omega^2} \right) \nabla p + \left(\frac{1}{\rho c^2} \right) p = 0 \quad \dots(1)$$

ここでpは音圧、ρは密度、ωは駆動源の角周波数、cは音速である。また音波浮揚では、サンプルの加熱を考える必要があるが、この場合管内には温度勾配ができ、音速の分布も一様でなくなる。温度に関する支配方程式は次式で与えられる。

$$\nabla \cdot \sigma \nabla T = 0 \quad \dots(2)$$

ここでTは温度、σは熱伝導率である。熱伝導率σは温度Tの関数でもあるので、(2)式は非線形方程式となる。

浮揚力の計算は以下のように行った。まず容器の周囲温度(T=300K)とサンプルの温度を指定し、(2)式により浮容器全体の温度分布をニュートン法を用いて計算する。次に得られた温度分布より音速の分布を決め、音圧分布を(1)式により計算する。この際、十分な浮揚力を得るためにも駆動周波数を共振周波数付近に設定する必要があり、それはサブ・スペース法を用いた固有値計算で求める。

サンプルに加わる力は、音の放射圧から、以下の式を用いて計算できる。

$$F = \int \frac{\dot{p}}{2\rho c^2} d\Gamma \quad \dots(3)$$

\dot{p} は音圧の実効値である。積分はサンプル表面についての積分を示す。

4 解析例

有限要素として、20節点アイソパラメトリック要素^[2]を用いた。計算に用いたモデルは、節点数=3409、要素数=648のものである。

まず計算精度の妥当性を検証するため、理論値の知られている問題で共振周波数を計算し、その後、不均質な温度分布、音速分布を考慮して音圧分布やサンプルに加わる力を求めた。以下、これらの数値例を示す。

(1) 共振周波数の計算結果と理論値の比較

表1に共振周波数（管内の温度は一定、音速は210m/s）の固有値計算による計算結果とその理論値を示す。表中のmode (m,n,s)のm,n,sは各々円柱の径、周、高さ方向のモード数を意味する。表にはモード(0,0,7)付近の共振周波数のみ示してある。

表1 共振周波数の計算結果と理論値の比較

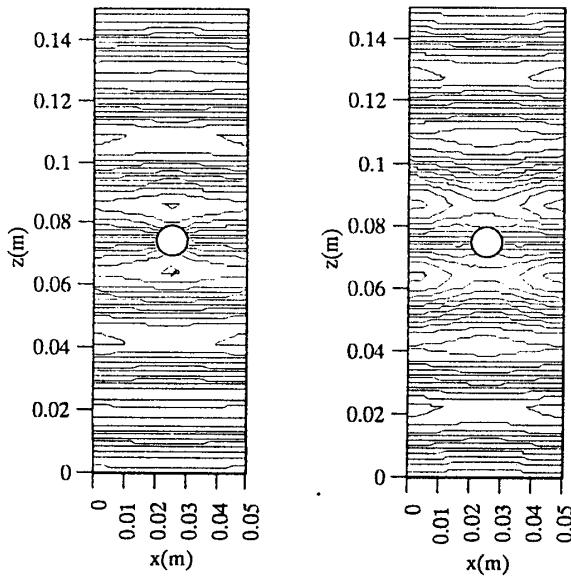
mode (m,n,s)	理論値 (Hz)	計算結果 (Hz)	相対誤差 (%)
(0,2,3)	4591.58	4596.10	0.098
(0,1,6)	4868.15	4873.62	0.112
(0,0,7)	4900.00	4913.42	0.274
(0,2,4)	4951.02	4955.76	0.095
(1,0,0)	5122.61	5131.79	0.179

mode(0,0,7)付近での共振周波数の計算結果はどれも相対誤差が1%未満となっており、この分割数による計算精度は十分良いものであることが分かる。

(2) サンプル温度の変化に対する
音圧分布の変化

すべての数値例において浮揚器壁の温度は $T=300K$ で一定とした。

図2(a),(b)にサンプルの温度を各々300K、1273Kとし、管の中央に置いた時の管内の音圧分布の様子を示す。図の例は、モードが(0,0,7)で $y=0.025m$ の平面での音圧分布である。



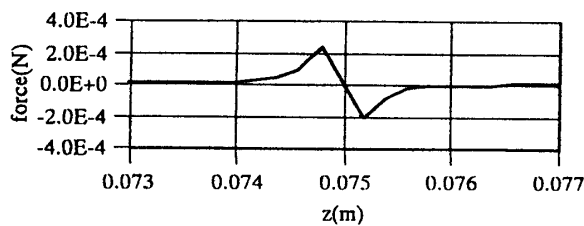
(a) 温度分布一様 ($T=300K$) (b) サンプル温度 $T=1273K$

図2 音圧分布の例

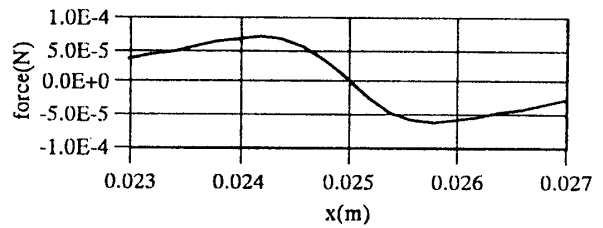
図から分かるように、管内の温度分布が一様であるときに比べ、温度勾配がある場合は、サンプル付近での音圧の変化が緩やかになっており、当然、サンプルにかかる力は小さくなるものと予想される。

(3) サンプル位置を変化させたときの
サンプルに加わる力の変化

図3、図4にサンプルの温度を各々300K、1273Kとして、サンプルの位置を変化させたときのサンプルに加わる力の変化を示す。力の方向は、高さ方向についてはz方向を、径方向についてはx方向をプラス方向の力としている。

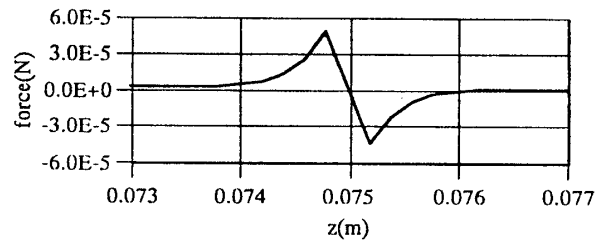


(a) 高さ方向に移動した場合

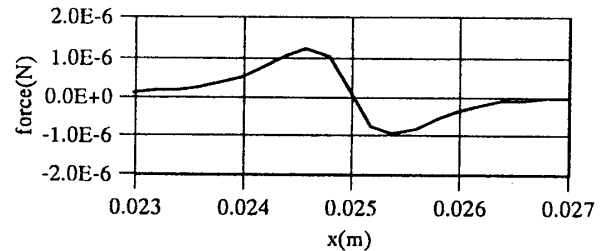


(b) 径方向に移動した場合

図3 サンプル移動に伴う力の変化
(サンプル温度300K、温度分布一様)



(a) 高さ方向に移動した場合



(b) 径方向に移動した場合

図4 サンプル移動に伴う力の変化
(サンプル温度1273K、温度勾配あり)

5 あとがき

有限要素法を用いて音波浮揚のシミュレーションを行った。結果から、浮揚力はサンプルの位置、管内の温度分布に大きな影響を受ける事が分かる。特に管内に温度勾配がある場合は、サンプルに加わる力の大きさは大幅に小さくなっていることがわかる(図3、4の縦軸に注意)。実際に浮揚させる際の浮揚制御条件を得るには、詳しく検討する必要がある。また、対流を考慮した、非定常の温度分布のシミュレーションが必要と考えられる。

参考文献

- [1] 池田 他：音波浮遊装置の基礎実験
第26回宇宙科学技術連合講演論文集,p.320,1982
- [2] 加川幸雄：有限要素法による振動・音響工学/
基礎と応用 倍風館 1981年10月30日