

3C-1

パソコンを用いた渦電流を考慮した  
汎用 X-Y 2次元交流磁界解析シミュレーション

藤崎利孝

松下電器 情報通信研究所

1. はじめに

先に、「パソコンを用いた渦電流を考慮した汎用軸対称3次元交流磁界解析シミュレーションソフトウェアPA NAMFP3」として、軸対称3次元場の交流磁界解析について発表した。今回、パソコンを用いた有限要素法のTotalな電磁界解析のシステムおよびその一端としてX-Y 2次元交流磁界解析シミュレーションについて述べる。

2. X-Y 2次元場での交流磁界解析のアルゴリズムの展開および軸対称3次元場との共通の解の一意性について  
渦電流を含む時間依存場におけるX-Y 2次元磁界解析の基礎式は磁気ベクトルポテンシャルをA, 電流密度をJ<sub>0</sub>, 磁性体の磁気抵抗をν, 導電率をσとすると、

$$\frac{\partial}{\partial x} (\nu_y \frac{\partial A}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\nu_x \frac{\partial A}{\partial y}) = -J_0 + \sigma \frac{\partial A}{\partial t} + \sigma \frac{\partial \phi}{\partial z} \dots\dots\dots(1)$$

と表される。ここで grad φ = ∂φ / ∂z が零の場合を取り扱おうと、三角形要素eにおける汎関数χ<sup>(e)</sup>を節点iにおける磁気ベクトルポテンシャルA<sub>i,e</sub>で偏微分すれば

$$\frac{\partial \chi^{(e)}}{\partial A_{i,e}} = \frac{1}{4\Delta^{(e)}} \sum_{j=1}^3 (\nu_y c_{ie} c_{je} + \nu_x d_{ie} d_{je}) A_{j,e} - \frac{J_0 \Delta^{(e)}}{3} + \sigma \frac{\partial}{\partial t} \sum_{j=1}^3 \begin{cases} \frac{\Delta^{(e)}}{6} & (i=j) \\ \frac{\Delta^{(e)}}{12} & (i \neq j) \end{cases} A_{j,e} \dots\dots\dots(2)$$

電流密度J<sub>0</sub>を実数部、虚数部が周囲境界条件が同じ寄与をする様に、実数部と虚数部が同じ値である様に、J<sub>0</sub> = (J<sub>0</sub>/√2 + j J<sub>0</sub>/√2) e<sup>jωt</sup>とモデル化し、磁気ベクトルポテンシャルAをA = (A<sub>R</sub> + j A<sub>I</sub>) e<sup>jωt</sup>とし、(2)式から次の実数部連立一次方程式(3)および虚数部連立一次方程式(4)を得る。なお、均質媒質としてν<sub>x</sub> = ν<sub>y</sub> = νとした。

$$\sum_e \left\{ \frac{\nu}{4\Delta^{(e)}} \begin{bmatrix} c_{ie}c_{ie} + d_{ie}d_{ie} & c_{ie}c_{je} + d_{ie}d_{je} & c_{ie}c_{ke} + d_{ie}d_{ke} \\ c_{je}c_{ie} + d_{je}d_{ie} & c_{je}c_{je} + d_{je}d_{je} & c_{je}c_{ke} + d_{je}d_{ke} \\ c_{ke}c_{ie} + d_{ke}d_{ie} & c_{ke}c_{je} + d_{ke}d_{je} & c_{ke}c_{ke} + d_{ke}d_{ke} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{Ri} \\ A_{Rj} \\ A_{Rk} \end{bmatrix} - \frac{J_0 \Delta^{(e)}}{3\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \omega \sigma \Delta^{(e)} \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{12} & \frac{1}{6} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{Ii} \\ A_{Ij} \\ A_{Ik} \end{bmatrix} \right\} = 0 \dots\dots\dots(3)$$

$$\sum_e \left\{ \frac{\nu}{4\Delta^{(e)}} \begin{bmatrix} c_{ie}c_{ie} + d_{ie}d_{ie} & c_{ie}c_{je} + d_{ie}d_{je} & c_{ie}c_{ke} + d_{ie}d_{ke} \\ c_{je}c_{ie} + d_{je}d_{ie} & c_{je}c_{je} + d_{je}d_{je} & c_{je}c_{ke} + d_{je}d_{ke} \\ c_{ke}c_{ie} + d_{ke}d_{ie} & c_{ke}c_{je} + d_{ke}d_{je} & c_{ke}c_{ke} + d_{ke}d_{ke} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{Ii} \\ A_{Ij} \\ A_{Ik} \end{bmatrix} - \frac{J_0 \Delta^{(e)}}{3\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \omega \sigma \Delta^{(e)} \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{12} & \frac{1}{6} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{Ri} \\ A_{Rj} \\ A_{Rk} \end{bmatrix} \right\} = 0 \dots\dots\dots(4)$$

(3), (4)の連立一次方程式を(3)では  $A_1$  を(4)では  $A_R$  を繰返し境界値化して、ガウスザイデル法で解き、 $A_R$  および  $A_1$  を各節点で得る。(一方繰返し境界値化法)。得た  $A_R, A_1$  から隣接節点勾配法によって各節点の磁気強度を得る。

今、 $R, L$  の直列回路の電流を求める場合を考えると、本論文の上述の  $J_0, A$  に対応して、電圧  $E$ 、電流  $I$  を考えると、

$e = E e^{j\omega t}$  を  $e = (E\sqrt{2} + j E\sqrt{2}) e^{j\omega t}$ ,  $i = I e^{j\omega t}$  を  $i = (I_R + j I_I) e^{j\omega t}$  として、 $I_R/I_I = k$  と置いて、

$$I_R = \frac{R - \omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} \frac{E}{\sqrt{2}}, \quad I_I = \frac{R + \omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} \frac{E}{\sqrt{2}}$$

今、Real, Imag共、2点P, Q間の電圧降下分、電流降下分を考えると、

$$I_{R(P)} - I_{R(Q)} = \frac{R_{PQ} - \omega L_{PQ}}{R^2_{PQ} + \omega^2 L^2_{PQ}} \frac{1}{\sqrt{2}} (E_{(P)} - E_{(Q)})$$

$$I_{I(P)} - I_{I(Q)} = \frac{R_{PQ} + \omega L_{PQ}}{R^2_{PQ} + \omega^2 L^2_{PQ}} \frac{1}{\sqrt{2}} (E_{(P)} - E_{(Q)})$$

$$\begin{aligned} \therefore |I_{PQ}| &= \sqrt{(I_{R(P)} - I_{R(Q)})^2 + (I_{I(P)} - I_{I(Q)})^2} \\ &= |E_{(P)} - E_{(Q)}| / \sqrt{R^2_{PQ} + \omega^2 L^2_{PQ}} \end{aligned}$$

従って、隣接節点勾配法では節点  $i$  の磁束密度を実数部および虚数部を節点  $i$  と  $i-1$  の差分で求め  $B_{Ri}, B_{Ii}$  とし、磁束密度  $B_i = \sqrt{B_{Ri}^2 + B_{Ii}^2}$  とする事により、 $H = \nu B$  となる事が証明される。

軸対称3次元場では  $A_R$  法で  $J_{00}, A_R$  に対応して、電圧  $E$ 、電流  $I$  が対応する。

### 3. Totalな電磁界解析のシステム構成について

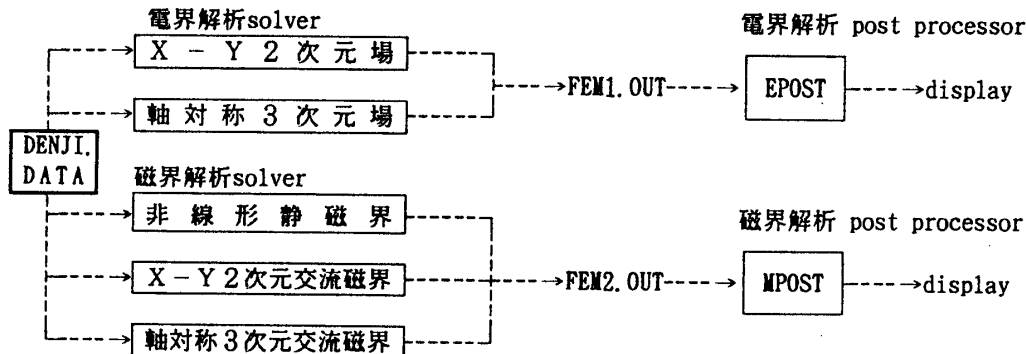


図 1

図1にTotalな電磁界解析のシステム構成を示す。各解析機能に共通のFORMAT, 共通の入力File名のDENJI. DATAを1つの解析機能について実行し、電界解析ではFEM1. OUTのfileに磁界解析ではFEM2. OUTのFileに出力する。今、MPOSTではFEM2. OUTから結果を読み取り、任意の形状について媒質を色分けし、最大磁気強度又は磁束密度とその最小値と、その間の1/3値, 2/3値をCRTの右上部に表示し、所定の色分けによって、1/3等磁気強度(磁束密度)線, 2/3等磁気強度(磁束密度)線を同時に表示する。Post Processorは電界解析ではEPOST, 磁界解析ではMPOSTで全解析結果を図形表示する。

### 4. むすび

以上、パソコンを用いたTotalな有限要素法電磁界解析のシステムおよびその一端として、渦電流を含む有限要素法交流磁界解析シミュレーションについて述べた。今後、実用化に向けて検討を重ねていく予定である。

参考文献 [1] 藤 崎 : 第48回情報処理学会全国大会分冊 [1]  
 [2] 中田他 : 電気工学の有限要素法