

# 論理和プログラムに対するゴール指向問合せ処理

2P-7

高尻 優香      世木 博久      伊藤 英則  
名古屋工業大学

## 1 はじめに

論理和プログラムについては、今までに多くの研究が提案されている(例えば, [2]). 論理和プログラムは、知識表現の有効な基礎であると考えられており、定理証明やアブダクション [5] のような興味深い応用が期待されている。しかしながら、節の頭部に現れる選言によりその問合せ処理が複雑なものとなっている。

そこで、本稿では論理和データベースに対するゴール指向問合せ処理手続きを提案する。その手続きでは、定理証明系 SATCHMORE [1] で導入されている「関連性」の概念を、問合せ処理のために変更を加え用いている。さらに本手法は、最近提案された可能モデル意味論 [5] においても、少しの変更を加えることにより適用可能であることを示す。

## 2 問合せ処理

論理和プログラムは、以下のような節の有限集合であるとす。ただし、 $A_i, B_j$  はアトムとする。

$$A_1 \vee \dots \vee A_l \leftarrow B_1 \wedge \dots \wedge B_m \quad (l \geq 0, m \geq 0) \quad (1)$$

本稿では、各節は関数記号、失敗による否定を含まず、節の頭部に現れる変数はすべて本体にも現れる (range-restricted) とする。

プログラムの意味は、最小モデル意味論 [3] により与えられる。ここで、 $M_P$  を  $P$  の最小モデルの集合とし、基底の問合せ  $\mathcal{O}$  が与えられたとすると、 $\mathcal{O}$  に対する答 (真, 偽, 不定) は、以下のように定義される。

- $\mathcal{O}$  が真である。      iff  $\forall M_i \in M_P \ M_i \models \mathcal{O}$
- $\mathcal{O}$  が偽である。      iff  $\forall M_i \in M_P \ M_i \not\models \mathcal{O}$
- $\mathcal{O}$  が不定である。    iff  $\mathcal{O}$  は真でも偽でもない。

ところで、最近非ホーン節の選択を制御するボトムアップ計算を用いた定理証明器 SATCHMORE (SATCHMO with RElevancy) [1] が提案されている。本手続きは、それと同様に節集合  $P$  をホーン節集合  $P_{01}$  と非ホーン節集合  $P_{>1}$  に分け、 $P_{01}$  については、SLD 導出 (Prolog) を用い、 $P_{>1}$  については、ボトムアップ計算を行なう。

SATCHMORE で示されている関連性の使用は充足可能性の判定においては充分であるが、論理和データベースに対する問合せ処理においては不十分である。なぜなら、与えられた問合せに対する答としては、真, 偽, 不定を区別する必要があるからである。

### 2.1 関連性

以下に、関連性 [1] に関する定義を示す。

Goal-Directed Query Processing in Disjunctive Databases.  
Yuka Shimajiri, Hirohisa Seki and Hidenori Itoh.  
Nagoya Institute of Technology.  
Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya 466, Japan

節  $P$  をホーン節集合、 $\leftarrow G$  をゴールとする。 $P \cup \{\leftarrow G\}$  における SLD 反駁木の失敗枝の選択されたアトムの集合を  $FB_P(\leftarrow G)$  と表す。

**定義 2.1 (関連アトム)**  $P_{01}, P_{>1}$  をそれぞれホーン節集合, 非ホーン節集合。また、 $I$  を基底アトムの集合とする。このとき  $P_{01} \cup I \not\models B$  であるアトム  $B$  が (i);(ii);(iii) のいずれかを満たすとき ( $\leftarrow \mathcal{O}, P_{01} \cup I$ ) において全関連アトム, (i);(iv) のいずれかを満たすとき ( $\leftarrow \mathcal{O}, P_{01} \cup I$ ) において部分関連アトムであると再帰的に定義できる。

- (i)  $B \in FB_{P_{01} \cup I}(\leftarrow \mathcal{O})$ , あるいは,
- (ii)  $B \in FB_{P_{01} \cup I}(\leftarrow \Gamma)$ , ただし  $\leftarrow \Gamma$  は  $P_{01}$  中の負節とする, あるいは,
- (iii)  $B \in FB_{P_{01} \cup I}(\leftarrow \Gamma')$ , ただし、 $P_{>1}$  に非ホーン節  $C = A_1 \vee \dots \vee A_l \leftarrow \Gamma' \quad (l \geq 2)$  が存在し、すべての  $A_i \quad (1 \leq i \leq l)$  が ( $\leftarrow \mathcal{O}, P_{01} \cup I$ ) において全関連であるアトムと共通のインスタンスを持っているとする。
- (iv)  $B \in FB_{P_{01} \cup I}(\leftarrow \Gamma'')$ , ただし、 $P_{>1}$  に非ホーン節  $C = A_1 \vee \dots \vee A_l \leftarrow \Gamma'' \quad (l \geq 2)$  が存在し、少なくとも一つの  $A_i$  が ( $\leftarrow \mathcal{O}, P_{01} \cup I$ ) において部分関連であるアトムと共通のインスタンスを持っているとする。      □

ある非ホーン節でその頭部のすべての (ある) アトムが ( $\leftarrow \mathcal{O}, P_{01} \cup I$ ) において全関連 (部分関連) であるとき、全関連 (部分関連) 節であるという。

また、非ホーン節  $\Delta \leftarrow \Gamma$  が  $P_{01} \cup I$  において違反節であるとは、 $P_{01} \cup I \vdash \Gamma \theta$  かつ  $P_{01} \cup I \not\models \Delta \theta$  を満たすある代入  $\theta$  が存在することをいう。以下では、 $\mathcal{O}$  および  $P_{01}$  が明らかなき、単に  $I$  において全関連 (部分関連) 節であると呼び、それらのうち違反節であるものの集合を  $TRV(I)$  ( $PRV(I)$ ) と表す。

### 2.2 関連性に基づく問合せ処理

この節では、問合せ処理手続き  $TPR$  (図 1) を紹介する。 $TPR$  には、入力として基底の問合せ  $\mathcal{O}$  と充足可能なプログラム  $P = P_{01} \cup P_{>1}$  が与えられる。 $TPR$  は基本的に次の二つのフェーズからなっている。第一のフェーズ (TR フェーズ: II.4-15) は、 $\mathcal{O}$  が真かどうかを判定する。第二フェーズ (PR フェーズ: II.16-26) は、 $\mathcal{O}$  が不定かどうかを判定する。

$S_i \quad (i \geq 0)$  は、 $I_j \quad (1 \geq j \geq |S_i|)$  の集合であるとする。 $I_j$  は  $P$  の部分解釈 (モデル候補) であり、手続きの中の各繰り返しにおいて、非ホーン節の頭部のアトムの基底インスタンスを加えホーン節集合  $P_{01}$  と無矛盾であれば、そのように拡張される。

TR フェーズでは、15 の条件が成り立つとき、答を真とし、そうでないとき、各  $I_j$  において非ホーン節  $C \in TRV(I_j)$  を用いて新しい部分解釈を生成する操

作を繰り返す。PR フェーズでは、 $\mathcal{O}$  を真とするモデルが存在するかどうかを調べる。117 の条件が成り立つとき、答を不定とし、そうでないとき、各  $I_j$  において、非ホーン節  $C \in PRV(I_j)$  を用いて新しい部分解釈を生成する (123) という操作を繰り返す。また、16 行目の条件が満たされない場合、問合せが偽であると判断する (127)。

**procedure TPR**

Input : 問合せ  $\mathcal{O}$ , プログラム  $P = P_{01} \cup P_{>1}$

Output : 答 *Ans* (*true*, *false*, or *unknown*)

```

1 begin
2    $S_0 := \{\phi\}$ ; %  $S_i$  は  $P$  の部分解釈の集合.
3    $i := 0$ ;
4   % TR-phase
5   while  $\forall I_j \in S_i (0 \leq j < |S_i|)$ 
6      $(P_{01} \cup I_j \models \mathcal{O} \text{ or } TRV(I_j) \neq \phi)$  do
7     if  $\forall I_j \in S_i (0 \leq j < |S_i|) P_{01} \cup I_j \models \mathcal{O}$  then
8       return Ans := true
9     else
10      foreach  $I_j \in S_i$  do
11        if  $TRV(I_j) \neq \phi$  then
12          begin
13            choose a clause  $C$  from  $TRV(I_j)$ ;
14            %  $C = A_1 \vee \dots \vee A_m \leftarrow B_1 \wedge \dots \wedge B_n$ 
15             $S_i := \{\{A_k\} \cup I_j \mid$ 
16               $1 \leq k \leq m, P_{01} \cup I_j \cup \{A_k\} : \text{sat.}\}$ ;
17             $S_{i+1} := S_i \cup S_i - \{I_j\}$ ;
18             $i := i + 1$ 
19          end;
20        % PR-phase
21        while  $\exists I_j \in S_i ((P_{01} \cup I_j \models \mathcal{O} \wedge TRV(I_j) = \phi)$ 
22          or  $PRV(I_j) \neq \phi)$  do
23          if  $\exists I_j \in S_i (P_{01} \cup I_j \models \mathcal{O} \wedge TRV(I_j) = \phi)$  then
24            return Ans := unknown
25          else
26            begin
27              choose  $I_j$  s.t.  $PRV(I_j) \neq \phi$ ;
28              choose a clause  $C$  from  $PRV(I_j)$ ;
29               $S_i := \{\{A_k\} \cup I_j \mid$ 
30                 $1 \leq k \leq m, P_{01} \cup I_j \cup \{A_k\} : \text{sat.}\}$ ;
31               $S_{i+1} := S_i \cup S_i - \{I_j\}$ ;
32               $i := i + 1$ 
33            end;
34          return Ans := false
35        end
36      return Ans := false
37    end

```

図 1: 問合せ処理手続き TPR

本手続き中、関連性は主に以下の二つの役割がある。まず、 $\mathcal{O}$  も *false* (矛盾) も導かないような非ホーン節を選ばないための指針となり、無駄な探索を抑えている。また、全関連節が存在しないことが  $\mathcal{O}$  が真ではないこと、部分関連節が存在しないことが  $\mathcal{O}$  が偽であることを示している。

以下の定理により、本稿で提案する手続き TPR の妥当性を示す。

**定理 2.1 (TPR 手続きの妥当性)**  $P$  を与えられた否定を含まない論理和プログラム、 $\mathcal{O}$  を基底アトムとする。このとき、以下の関係が成り立つ。

$\mathcal{O}$  が真である。 iff  $TPR(P, \mathcal{O}) = \text{true}$   
 $\mathcal{O}$  が不定である。 iff  $TPR(P, \mathcal{O}) = \text{unknown}$   
 $\mathcal{O}$  が偽である。 iff  $TPR(P, \mathcal{O}) = \text{false}$  □

### 3 可能モデル意味論への応用

可能モデル意味論 [5] は、論理和プログラムの意味論であり、その特徴の一つは、連言を包括的に (inclusively) 解釈できることである。

**定義 3.1**  $P$  を否定を含まない論理和プログラムとする。 $P$  の可能モデルの集合  $PW_P$  は以下のようにして得られる基底ホーン節集合  $P'$  のうち無矛盾なものの最小エルブランモデルの集合として定義される。

- (i)  $P$  から得られる基底非ホーン節  $C$  は基底ホーン節集合  $\{A_i \leftarrow \Gamma \mid A_i \in U\}$  と交換する。ただし、 $U (\neq \phi)$  は  $\{A_1, \dots, A_m\}$  の部分集合とする。
- (ii)  $P$  から得られる基底ホーン節はそのまま  $P'$  の要素とする。 □

可能モデル意味論に基づいた問合せの真理値は、 $\mathcal{M}_P$  を与えられたプログラム  $P$  の可能モデルの集合と置き換えることによって、最小モデル意味論と同様に定義できる。

最小モデル意味論のための手続き TPR では、部分解釈を拡張するのに違反節のみを用いた。しかし、可能モデル意味論では選言を包括的に解釈するので、違反節のみを用いた前向き推論では不十分になる。そこで、以下のような集合を定義し導入する。

**定義 3.2**  $P = P_{01} \cup P_{>1}$  を否定を含まない論理和プログラム、 $I$  を基底アトムの集合、 $\mathcal{O}$  を基底アトムとする。このとき、

$PRS(I) = \{C \in P_{>1} \mid C = \Gamma \leftarrow \Delta \text{ は、} (\leftarrow \mathcal{O}, P_{01} \cup I) \text{ に}$   
 関する部分関連節であり、 $\exists \theta P_{01} \cup I \models \Delta \theta\}$

とする。 □

可能モデル意味論のための問合せ手続き  $TPR_{PM}$  で変更された点は、

- (i) PR フェーズにおいて、 $PRV(I_j)$  の代わりに  $PRS(I_j)$  を用いること、および、
- (ii) PR フェーズにおいて、部分解釈  $I_j$  が  $PRS(I_j)$  に含まれる非ホーン節の頭部の部分集合によって拡張されることである。

### 4 おわりに

本稿では、論理和データベースに対するゴール指向問い合わせ処理を提案した。まず、全関連性、部分関連性を用いた TPR 手続きを示し、次に可能モデル意味論による問合せ処理のために変更を加えた手続き  $TPR_{PM}$  を示した。

また、TPR 手続きに基づく問い合わせ処理システムを試作して実験を行ない、与えられた問題に依存するものの探索空間が関連性を用いない場合の 25% ~ 17% になることを確認した。

### 参考文献

- [1] Loveland, D. W., Reed, D. D. and Willson, D. S., SATCHMORE : SATCHMO with RElevancy, Technical Report CS-1993-06, Duke University, 1993.
- [2] Lobo, J., Minker, J. and Rajaseker, A., *Foundations of Disjunctive Logic Programming*, MIT Press, 1992.
- [3] Minker, J., On Indefinite Data Bases and the Closed World Assumption, *Proc. of CADE 6*, LNCS 138, Springer-Verlag: 292-308, 1982.
- [4] Ramsay, A., Generated Relevant Models, *Journal of Automated Reasoning* 7: 359-368 (1991).
- [5] Sakama, C. and Inoue, K., On the Equivalence between Disjunctive and Abductive Logic Program. *Proc. of ICLP'94*, 1994.