

分割による Gregory 型パッチの NURBS 曲面への 近似変換

6C-3

三浦 憲二郎* 曾根 順治† 千代倉 弘明‡

*会津大学コンピュータ理工学部 †東芝生産技術研究所 ‡慶応大学環境情報学部

1 はじめに

接平面や曲率の連続性を簡便に保証できる自由曲面パッチとして、様々なタイプの Gregory 型パッチが提案されている。しかしながら、多くの CAD/CAM システムではデータの互換性等を考慮して自由曲面の表現法として NURBS 曲面を採用している。他のシステムと形状データを共有するためには Gregory 型パッチを NURBS 曲面に変換する必要がある。Gregory 型パッチは厳密に NURBS 曲面に変換可能であるが、次数の急上昇を伴ってしまう。そこで、本研究では Gregory 型パッチを指定された個数のサブパッチに分割し、それらをその Gregory 型パッチのもととなっている Bézier 型パッチで近似することによって、次数を増加することなく NURBS 曲面に近似変換する方法を提案する。

2 Gregory 型パッチの特徴

Gregory 型パッチは、1) 多項式曲線を境界線とするパッチ [1], 2) 有理曲線を境界とするパッチ [1], 3) NURBS 曲線を境界線とするパッチ [2, 3] に分類できる。Gregory 型パッチは Bézier 型パッチと同様さまざまに加重された制御点の和としてパッチ上の 1 点が定義される。しかしながら、Bézier 型パッチの制御点や重みはパラメータ値によらず不変であるのに対し、Gregory 型パッチの制御点や重みはそれらの値に従って変動する。次節で述べるアルゴリズムではこの特徴を利用して Gregory 型パッチを NURBS 曲面に近似変換する。

3 NURBS 曲面への近似変換

以下のアルゴリズムで近似変換を行なう。

1. 図1で示すように、Gregory 型パッチをアイソパラメトリックラインにより $m \times n$ 個のサブパッチ

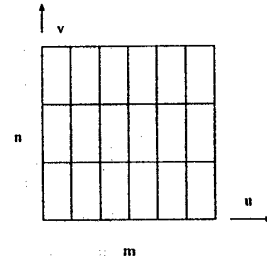


Fig.1: $m \times n$ 個のサブパッチへの分割

2. に分割する。このときに生成されるサブパッチは Gregory 型パッチでも Bézier 型パッチでもない。
2. 定義域 $\{(u, v) | a \leq u \leq b, c \leq v \leq d\} = \{[a, b], [c, d]\}$ ($0 \leq a, b, c, d \leq 1$) で指定されるサブパッチの制御点をパラメータ (u, v) が $((a+b)/2, (c+d)/2)$ と与えられるとして近似する (図2参照)。この近似によりサブパッチは対応する Bézier 型パッチとして表される。たとえば、双3次 Gregory パッチは双3次 Bézier パッチとして、また、双5次有理境界 C^2 Gregory パッチは双5次有理 Bézier パッチとして表される。
3. ステップ2) で生成したサブパッチを NURBS 曲面に書き換える。たとえば、 $m \times n$ 個の双3次 Bézier パッチは $(m+3) \times (n+3)$ 個の制御点を用いた双3次 B-spline(NURBS) 曲面として表される。NURBS 曲面のノットベクトルは、その周辺部は端点を内挿する NURBS 曲面になるように多重ノットとし、その他のノットはステップ1) のアイソパラメトリックラインのパラメータ値とする。NURBS 曲面の各制御点はその制御点の影響を受けるサブパッチにより決定する。

有理境界 Gregory 型パッチの場合には、同次座標を用いて4次元で同様に変換する。

3.1 NURBS 曲面の制御点の計算

変換アルゴリズムのステップ3)において、NURBS 曲面の制御点をいかに決定するかについて考察する。

Approximate Conversions of Gregory-type Patches to NURBS Surfaces by Subdivision

Kenjiro T. Miura* Junji Sone† Hiroaki Chiyokura‡

*U. of Aizu, Aizu-Wakamatsu, Fukushima 965-80

†Toshiba, Isogo, Yokohama, Kanagawa 253

‡Keio University, Fujisawa, Kanagawa 252

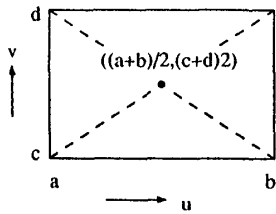


Fig.2: サブパッチの中心位置を用いた近似

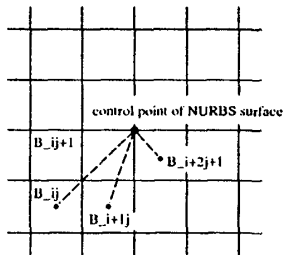


Fig.3: NURBS 曲面の制御点と各サブパッチとの距離

制御点の計算法としては、その制御点のより近くにあるサブパッチの影響をより強く受けたほうが近似度は高まると考えられるので以下の方法で行なう。

1. 縦横ともに単位長さの平面を表すパッチに変換アルゴリズムのステップ 1) と 2) を施す。このとき、近似ではなく厳密に変換されるので、各サブパッチによって与えられる制御点は一致する。
2. 前ステップで与えられる制御点の位置とサブパッチの中心 (サブパッチの定義域が $\{[a,b],[c,d]\}$ であれば $((a+b)/2, (c+d)/2)$) と制御点の距離を計算する (図 3 参照)。
3. 前ステップで計算した距離の逆数を重み係数と考え、影響を及ぼすすべてのサブパッチの制御点の重み付け平均和を NURBS 曲面の制御点の座標とする。

この方法では重み係数は Gregory 型パッチの分割の仕方のみ依存し、分割法が同じであればそれらを再度計算する必要はない。一連の変換処理を双 3 次 Gregory パッチに施したものを図 4 に示す。この例では、 3×3 個のサブパッチに分割して変換している。

3.2 変換アルゴリズムの特徴

変換アルゴリズムの特徴は、1) 境界線は厳密に一致する、2) u, v 方向独立に任意の間隔で分割して変換でき

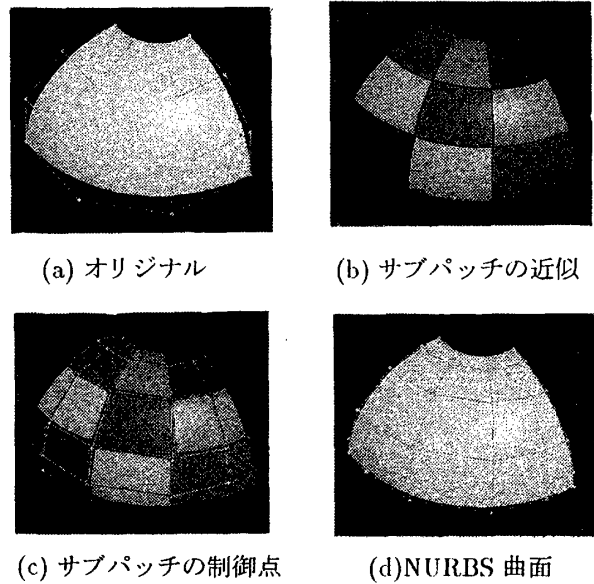


Fig.4: 近似変換例 (双 3 次 Gregory パッチ)

る、3) m, n の数を大きくし分割数を増やしていけば、変換によって得られる曲面はオリジナルの Gregory 型パッチに収束する、4) 変換によって得られた NURBS 曲面は自然な連続性を持つ、すなわち、3 次 NURBS 曲面に変換されれば C^2 連続性を持ち、5 次 NURBS 曲面に変換されれば C^4 連続性を持つ。

4 おわりに

本研究では Gregory 型パッチを指定された個数のサブパッチに分割し、それらをその Gregory 型パッチのもととなった Bézier 型パッチで近似することによって、次数を増加することなく NURBS 曲面に近似変換する方法を提案した。この変換は煩雑な処理を必要とせず高速に変換することができるのと同時に、局所的に処理を進めることができるので並列計算機にも適している。

参考文献

[1] 鳥谷 浩志, 千代倉 弘明: 3次元 CAD の基礎と応用, 共立出版, 東京 (1991).

[2] Sone J, Watanabe T, Yamakawa S, Chiyokura H (1994) Surface control using a NURBS boundary Gregory patch, Proc. CGInternational'94, Melbourne, Australia.

[3] 三浦憲二郎, 千代倉弘明: NURBS 曲線に囲まれた C^2 Gregory 型パッチ, 平成 6 年後期情報処理学会全国大会論文集 (2), pp.439-440, (1994).