

Adaptive Consistencyとの比較に基づく  
ネットワーク化バブル伝播法による仮説推論の評価

大澤幸生，石塚満  
東京大学工学部電子情報工学科

1. はじめに

ネットワーク化バブル伝播 (NBP) 法は、バブル伝播ネットワーク (BPN) という新しい制約ネットワークを用いて、連続値伝播により仮説推論の近似解を得る高速解法である。これを改良したI-NBP法は、単結合の場合など簡単な問題には特に多項式時間で厳密解を得ることが保証されている。

しかし、I-NBP法が多項式時間で計算できる条件は、Freuderらが完式化した多項式時間で解ける条件まで一般化できない。本稿では、その原因にこそI-NBP法の速さの鍵があることを明らかにする。

2. 改良型ネットワーク化バブル伝播法 (I-NBP法)

$x$ を $X$ の真理値などと定義すると、次の様にホーン節知識から不等式に変換できる。(1)

$$Y :- X_1, X_2, ..X_3. \Rightarrow \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) - n + 1 \leq y, \quad 0 \leq y \leq x_i.$$

ヘッドを共有するホーン節集合も、前件が選言のルールとして次のように書ける。(2)

$$Y \leftarrow X_1 \vee X_2 \vee ..X_3. \Rightarrow y \leq \left( \sum_{i=1}^n x_i \right), \quad x_i \leq y \leq 1.$$

(1)を次のように書き直すと、図1の制約グラフで書き表せる (2)も同様)。

$$S_{NBP} = y - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right), \quad t = y - x_i, \quad (-(n-1) \leq S_{NBP}, \quad t \leq 0).$$

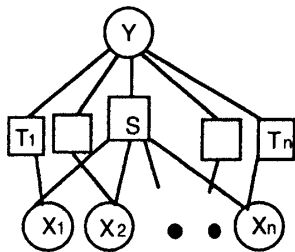


図1. (1)式に対する新BPN.

図1のグラフを結合して図2の様なBPNを形成する。

Estimation of Networked Bubble Propagation, based on the comparison with the Adaptive Consistency

Yukio Ohsawa and Mitsuru Ishizuka

Faculty of Eng., University of Tokyo,

7-3-1 Hongo, Bukyo-ku, Tokyo 113, Japan

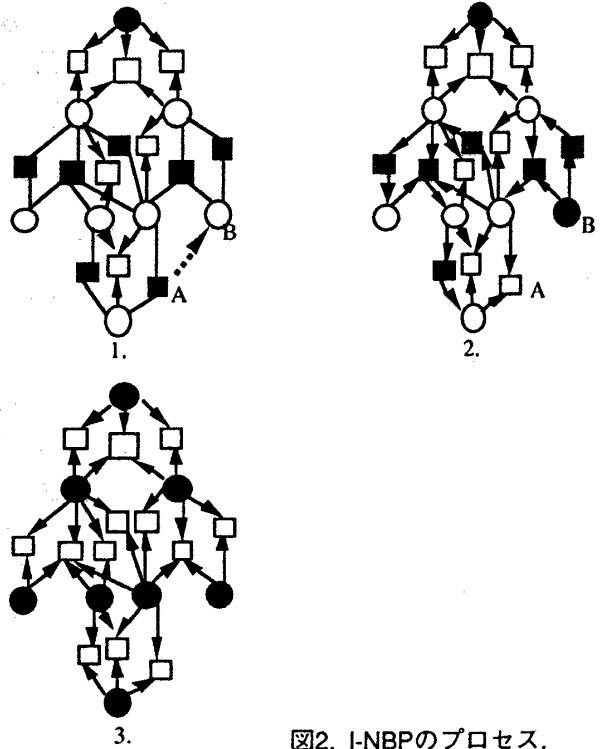


図2. I-NBPのプロセス.

◎支配ベクトルとネットワーク構造の関係:

補題1: 知識ネットワークが有限な単結合グラフのとき、上の手続きで全ての枝に支配ベクトルの矢印を施せる。補題2: I-BPNの支配ベクトル上の構造ノードの値は0か又は1である。

定理: 知識ネットワークが有限な単結合グラフのとき、多項式時間でI-NBP法により最適解を得る。

3. 多項式時間での厳密解計算の十分条件との比較

知識ネットワークが有限な単結合グラフのとき、多項式時間で解を得ることは知られていたが、連続値計算の立場からは例がなかったので、さらに我々の理論の拡張が期待された。

3.1. 多項式時間で解を得るための一般的な十分条件 [Freuder 82] strong-d-i-consistentな制約ネットワークのCSP (制約充足問題) は、グラフの幅(width)がよりも小さい時バックトラックなしに解くことが可能である。

ここで、グラフはprimal graphである。

primal graph: 各変数を各ノードで表し、同一の制約に出現する変数同士を結合したグラフ。

d-i-consistent: 順序dでi-1変数への任意の代入値に対して、i番目の変数に対して制約を充足する値が少なくとも一つ存在すること。

strong-d-i-consistent: i以下の全ての自然数jに対してd-j-consistentであること。

ノードの幅: ノードの親ノード(枝で隣接する順序が高いノード)の個数。

グラフの幅: あるグラフ中のノードのうち最大の幅。

### 3.2. この定理を利用した高速解法

Adaptive Consistency[Dec 88]は、元の問題をFreuderの十分条件を満たす様変形してから解を探索する。

◎Adaptive Consistencyの操作[Dec 88]:

1. 制約ネットワーク上である順序dを決める。
2. 順序dの上で、ネットワーク中の順位の高い順に、全ての親ノード(枝で隣接する順位が高いノード)を互いに新たな枝で結合し、自分の子ノードに制約充足値を与えられないような親ノードの代入値の組み合わせを除去する(親ノードの代入値に関わらず、少なくとも一つ子ノードに制約充足な代入値が存在するようにする)。
3. この処理を順序の最高位まで到達したら終了。さもなければ2へ。

この操作によって、その後の探索を上記の様にバックトラックなしに行えるようになる。この時、

regular width-k: ここでの新たな結合によって幅がkとなるグラフ構造。

◆ regular width-kの時、そのCSPを解くのに要する時間は $2^k$ オーダー(各ノードに対してその親ノードの集合の間に $2^k$ 回の代入値の整合性の照合)。

### 3.3. NBP法とAdaptive Consistencyの差異

◆ NBP法では、状態に依存せず多項式時間で厳密解が得られるのは単結合まで(Series Parallelの場合には、補数計算だけは省くことが可能である)。

◆ 連続系と離散系の差(制約充足の実現方法)

Adaptive Consistency: 一操作を部分に絞り、その部分を取りうるあらゆる離散的な可能性を保持しておく。これらの可能性は、その後否定されない。多項式時間のアルゴリズムとなる。

NBP法: 任意の時点でのネットワークの状態は連続

実数で表される単一の状態であり、その後の値の二値化によっては実行可能解に到達不能。近似を取り入れることによってこの差を縮小あるいは逆転する。I-NBPでは、制約違反度は補数をとると1以上減少するので、制約違反が起きてからこれを実行可能状態に戻すまでの手順数の上限は、グラフの最大出次数で与えられる。従って、一箇所の矛盾回避を複数の状態保持で $2^k$ 手順かけるAdaptive Consistencyよりも高速な推論を達成する。

### 3.4. 現象による裏付け

グラフの幅に対して指数オーダーではなく多項式時間に比例することが予想される。下の実験結果は、ここでの予想を裏付ける一例となっている。

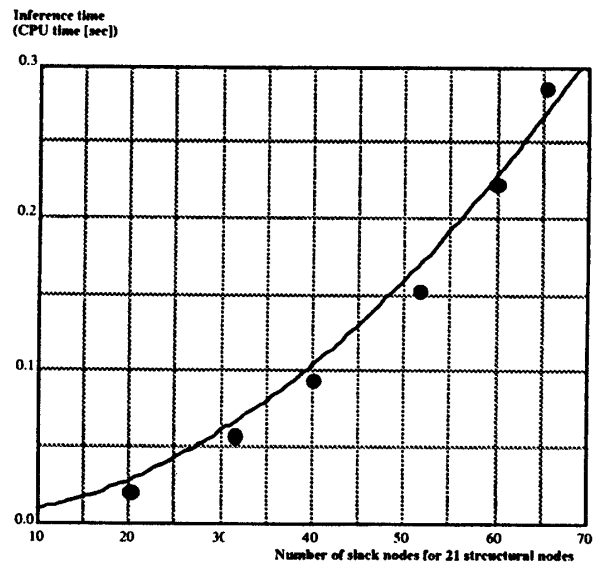


図3. 複雑さと推論時間の相関: 多項式オーダー。

◆ 密度(出次数)に対して多項式時間の速度と引替に、近似精度も次第に低下していた。

### <参考文献>

[Dechter 88] Dechter, R. & Pearl, J.: Tree-clustering schemes for constraint-processing, Proc. of AAAI'88, pp.150-154 (1988)

[Fre 82] Freuder, E.C.: A sufficient condition of backtrack-free search," Journal of the ACM, 29, pp.24-32 (1982)

[大澤95] 大澤幸生, 石塚満: 改良型ネットワーク化バブル伝播法による低次多項式時間仮説推論, 人工知能学会誌, 10, No.1, pp.123-130 (1995)