

並列計算機による有限要素法を用いた非圧縮性流体解析

5F-6

西川 宜孝 飯郷 勝久 小池 秀耀

株式会社 富士総合研究所 解析技術第2部

1 諸言

有限要素法による流体解析は、形状近似および構造解析との整合性がよい等の利点があるが、数値的安定性、解析精度、計算速度などの点において、課題が残されている。一方、最近の計算機の演算性能の向上は著しく、特に超並列計算機を利用することにより計算スピードが飛躍的に高まる可能性が出てきた。

本研究では、有限要素法による流体解析の実用化を目的として、(1)プログラムを並列化し超並列計算機上で実行することにより高速化を図るとともに、(2)3次精度風上差分[1]を採用し解析精度を向上させた、プログラムを開発した[2]。

本プログラムを用いて、超並列計算機 nCUBE 2S および SPP1000、PVM、Express、P4 等のメッセージ・パッシング・ライブラリを用いたワークステーション・クラスタ上で解析を行った結果、並列化手法および高精度化手法の有効性を確認した。

2 数値解析手法

有限要素法による三次元非圧縮性流体解析プログラムを開発した。基礎方程式は、連続の式、運動方程式(ナビエ・ストークス方程式)、エネルギー方程式である。解析の座標系はデカルト座標系である。時間積分のアルゴリズムには SIMPLE 法を、連立一次方程式の解法には SCG 法を採用した。

2.1 並列化手法

並列化手法として、解析領域をいくつかの部分領域に分割し、その部分領域を各プロセッサ・エレメントに割り当てる領域分割法を採用した。連立一次方程式の解法(SCG法)を中心に並列化を行った。行列の要素を各プロセッサ・エレメントに割り当てることにより、行列計算を並列化している。

2.2 高精度化手法

高精度化手法として、近藤らによって提案された方法[1]を採用した。この手法は、3次風上差分に相当する精度の手法であり、複雑な処理およびデータ構造を必要としない点で優れている。

Incompressible Fluid Dynamics Analysis with Finite Element Method on Parallel Computers

Nobutaka Nishikawa, Katsuhisa Iigo, Hideaki Koike

Fuji Research Institute Corporation

3-18-1 Kaigan, Minato-ku, Tokyo 108, Japan

nisikawa@crab.fuji-ric.co.jp

3 メッセージ・パッシング・ライブラリ

本プログラムは SPMD(Single Program Multiple Data)方式であり、プログラミング・モデルはメッセージ・パッシング・モデルを採用している。超並列計算機を用いた場合は、付属のメッセージ・パッシング・ライブラリを使用している。nCUBE 2S では Express、SPP1000 では ConvexPVM である。ワークステーション・クラスタを用いた場合は、PVM(ver3.3.6)、Express(ver3.2.5)、P4(ver1.3)を使用している。メッセージ・パッシング・ライブラリを用いることにより、プログラムの移植性は向上する。本研究においては、SPP1000用のソースコードは、PVMを用いたワークステーション・クラスタ用のソースコードと同一である。

超並列計算機付属のメッセージ・パッシング・ライブラリ、PVM、Express、P4等に対し、プログラムにおける同期や通信関数等のインターフェースを共通化するため、メッセージ・パッシング・インターフェース FMPI(FRIC Message Passing Interface)を作成した。FMPIは MPI(Message Passing Interface Standard)の仕様に準拠している。

4 解析結果

高速化と解析精度の評価を行うため、二次元正方キャビティ流れと二重円管内の自然対流の解析を nCUBE 2S および SPP1000 上で行った。

二次元正方キャビティ流れ(要素数4096個、自由度数20480)と二重円管内の自然対流(要素数5120個、自由度数25600)の解析における速度向上を図1に示す。二重円管内の自然対流に対し、nCUBE 2S(32PE)を用いた場合は約22倍、SPP1000を用いた場合は約6.5倍の速度向上が得られており、本研究の並列化手法の有効性を確認できる。SPP1000において、2プロセッサの場合、速度向上が2倍以上なのは、キャッシュのヒット率が高かったためと考えられる。

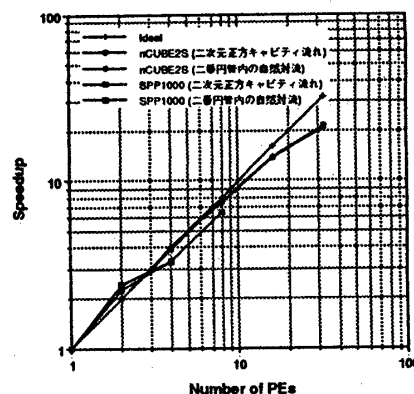


図1: プロセッサ数と速度向上

図1において、二重円管内の自然対流の方が二次元正

方キャピティ流れより速度向上が大きい。これは、二重円管内の自然対流の方が問題の規模が大きいからと考えられる。そこで、nCUBE 2Sにおいて、使用するプロセッサ・エレメント数を16に固定し、解析例題(二次元正方キャピティ流れ)の規模を変更した場合の速度向上と並列化効率を表1に示す。要素数の増加とともに、通信処理のオーバーヘッドが相対的に小さくなり、並列化効率が向上している。

表 1: 問題の大きさと速度向上 (16PE)

要素数	速度向上	並列化効率 (%)
32 × 32	10.11	63.2
48 × 48	12.56	78.5
64 × 64	13.77	86.1
80 × 80	14.53	90.9
96 × 96	14.90	93.2

ここで、速度向上は、「1プロセッサでの計算時間 / Nプロセッサでの計算時間」、並列化効率は「1プロセッサでの計算時間 / Nプロセッサでの計算時間 × N」と定義する。

精度に関する計算結果として、図2に、三次風上差分と一次風上差分との比較、三次風上差分と実験結果 [3] との比較を示す。図2より、本プログラムの結果は一次風上差分と比較し精度が向上している。

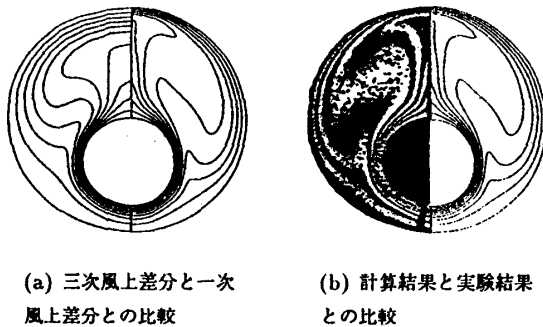


図 2: 精度に関する計算結果

次にPVM、Express、P4を用いたワークステーション・クラスタ上において二次元正方キャピティ流れ(要素数4096個、自由度数20480)の計算を行った。計算時間を表2に示す。メッセージ・パッシング・ライブラリによる計算時間の相違は少い。ワークステーションを複数台使用している場合、各計算機には計算領域を等分して割り当てている。SUNワークステーション4台を使用した場合、各計算機の計算性能が異なるため、計算性能の高い計算機ではプロセッサが待ち状態になっていることが生じていると考えられる。各計算機の性能に応じて部分領域に分割し各計算機に割り当てれば、並列化性能はさらに向上するものと思われる。

同じ例題に対し、超並列計算機上で解析した場合の計算時間を表3に示す。超並列計算機およびワークステーション・クラスタを用いた場合の計算結果より、計算機のアーキテクチャによって計算時間や速度向上に相違があるものの、並列化によって計算速度は高速化されており、本研究の並列化手法の有効性が確認できる。

5 結言

有限要素法による超並列計算機用流体解析プログラムを開発した。超並列計算機用にプログラムを並列化することにより、計算速度の高速化を図るとともに、三次風上差分に相当する精度のスキームを採用し、解析精度を向上させた。

超並列計算機およびワークステーション・クラスタ上で本プログラムを用いて計算を行った結果、本研究における並列化手法および高精度化手法の有効性を確認した。

参考文献

- [1] 近藤典夫, 登坂宜好, 西村敏雄. 3次元流有限要素法による非圧縮粘性流れ解析. 構造工学における数値解法シンポジウム 論文集, volume 12, 1988.
- [2] 西川, 飯郷, 金井, 大島, 小池. 有限要素法を用いた超並列計算機用流体解析プログラムの開発. 第7回計算力学講演会 講演論文集, 1994.
- [3] T.H.Kuehn and R.J.Goldstein. An experimental study of natural convection heat transfer in concentric and eccentric horizontal cylindrical annuli. *J. Heat. Transfer*, Vol. 100,, 1978.

表 2: ワークステーション・クラスタを用いた場合の計算時間 (メッセージ・パッシング・ライブラリの比較)

ワークステーションの構成	計算時間 (sec)		
	PVM	Express	P4
SUN Sparc10 × 1	1714.66 (1.00)	1622.35 (1.00)	1900.21 (1.00)
SUN Sparc10 × 2	836.35 (2.05)	841.83 (1.93)	989.26 (1.92)
SUN Sparc10 × 2 SUN Sparc2 SUN 4/330	544.85 (3.15)	474.65 (3.42)	510.45 (3.72)

表 3: 超並列計算機を用いた場合の計算時間

プロセッサ数	nCUBE 2S		SPP1000	
	計算時間	速度向上	計算時間	速度向上
1	10024.49	1.00	475.87	1.00
2	5056.23	1.98	218.07	2.18
4	2557.20	3.96	146.55	3.25
8	1323.53	7.57	75.65	6.48
16	727.47	13.77	-	-
32	477.67	20.98	-	-