4J－1

グラフ探索のためのヒューリスティックな知識の向上に関する研究

片山裕一[*] 笹尾茂樹[**] 菅田一博[*] 井須尚紀[*] 清水忠昭[*]
[*]鳥取大学工学部知能情報工学科 [**]ロックペイント(株)

1. はじめに

本研究の目的は，グラフ探索法としてA^*アルゴリズムを用い，ヒューリスティックな知識を利用したグラフ探索を行い，その結果からヒューリスティックな知識の質を向上させることである．

グラフ探索とは，与えられた問題をグラフで表現し，問題を解くためにグラフを探索することである．グラフは節点と節点対を結ぶ枝から成り，枝にはコストが与えられている．出発節点から目標節点までの経路のうち，コストの総和が最小な経路（最適解）を見つけることが，グラフ探索の目的である．

Aアルゴリズムは，任意の節点nから目標節点までのコストが推定でき，その推定値を取り入れることによって効率よく解を求める方法である．さらに，A^*アルゴリズムでは，目標までのコストの真値$h(n)$と推定値$\hat{h}(n)$の間に$\hat{h}(n) \le h(n)$の関係が成立しており，必ず最適解を見つけることができる．また，推定値$\hat{h}(n)$が真値$h(n)$に近いほど，ヒューリスティックな知識の質が高いといい，グラフ探索の効率が高い．

2. 知識の質を向上させる方法

グラフ探索に利用する推定値$\hat{h}(n)$を真値$h(n)$へと近づけることにより，ヒューリスティックな知識の質を向上させる方法を考案した．

ヒューリスティックな知識による推定値$\hat{h}(n)$と真値$h(n)$には，次式の関係が成立すると仮定する．

$$h(n) = \alpha\hat{h}(n)+\beta+\varepsilon \qquad (1)$$

ここで，真値$h(v)$が求められている節点vの集合を考える．グラフに対して節点vの集合が均質であるならば，その集合はグラフ全体と同じ性質を持つ．このため，節点vの集合からグラフに対するα, βの値を求めることができる．このとき，節点vの集合が大きいほどより正確なα, βが求められる．

A^*アルゴリズムでグラフ探索を行うと最適解が必ず求められる．このため，最適解上の節点k_iについて，真値$h(k_i)$が得られる．本研究では最適解上の節点k_iについての真値$h(k_i)$を用いて，式(1)の誤差εの自乗平均を最小とするα, βを次式で求める．

$$\alpha = \frac{\overline{h(k_i)\hat{h}(k_i)} - \overline{h(k_i)}\,\overline{\hat{h}(k_i)}}{\overline{\hat{h}(k_i)^2} - \overline{\hat{h}(k_i)}^2}$$

$$\beta = \overline{h(k_i)} - \alpha\overline{\hat{h}(k_i)}$$

$\overline{h(k_i)}$は節点k_iについての真値$h(k_i)$の平均値である．

求められたα, βを用いて，任意の節点nから目標節点までの新しい推定値$\hat{h}_A(n)$を，次式で定義する．

$$\hat{h}_A(n) = \alpha\hat{h}(n)+\beta$$

新しい推定値$\hat{h}_A(n)$は，従来の推定値$\hat{h}(n)$より真値$h(n)$に近づくため，ヒューリスティックな知識の質は向上し，グラフ探索の効率が上がる．

3. 知識の質をさらに向上させる方法

考案した方法には，以下の2つの問題がある．

1. α, βを求める際に用いる節点集合がグラフ全体と比べて小さいため，正確なα, βが求められない．
2. 新しい推定値$\hat{h}_A(n)$が真値$h(n)$を越える場合があり，最適解を求められない場合がある．

そこで，2つの問題を解決する方法を考案した．

(1) α, βを求める際に用いる節点集合の拡大化

式(1)で仮定した推定値$\hat{h}(n)$と真値$h(n)$の関係は，任意の節点から目標節点までの最適な経路の

Improvement of heuristic knowledge for graph search
Yuuichi Katayama, Shigeki Sasao, Kazuhiro Sugata, Naoki Isu, Tadaaki Shimizu
Dept. of Information and Knowledge Engineering
Faculty of Engineering, Tottori University
4-101 Koyama-minami, Tottori, Tottori 680, Japan

コストを推定した場合にだけ成立する関係ではない. 任意の2節点を結ぶ最適な経路のコストを推定した場合にも, 同じ関係式が成立すると考えられる. ここで, 出発節点から節点nまでの最適な経路のコスト$g(n)$に着目する. グラフが閉路を持たないか, 推定値が単調性の制約条件を満足する場合, 出発節点から節点m_iまでのコストの真値$g(m_i)$が求められる. 真値$g(m_i)$とその推定値$\hat{g}(m_i)$も式(1)の関係を満足すると仮定する. 展開された節点m_iに対する真値$g(m_i)$と最適解上の節点k_iに対する真値$h(k_i)$を用いれば, 最適解上の節点k_iだけを用いた場合より正確なα, βを求めることができると考えられる.

(2) 推定値$\hat{h}_A(n)$が真値$h(n)$を越える確率の低減化

誤差ε ($= \hat{h}_A(n) - h(n)$) は, 平均0, 標準偏差S_Dの正規分布に従う. 誤差εの標準偏差S_Dを求め, 新しい推定値$\hat{h}_A(n)$からS_Dを引くことで, 誤差εが負になる確率(推定値が真値を越える確率)を小さくできる.

誤差εの標準偏差S_Dは次式で求められる.

$$S_D = \sqrt{\frac{N}{N-2}\overline{\left(h(n) - (\alpha\hat{h}(n) + \beta)\right)^2}}$$

本研究では新しい推定値$\hat{h}_A(n)$を次式で定義する.

$$\hat{h}_B(n) = \alpha\hat{h}(n) + \beta - P \cdot S_D$$

パラメータPの値が大きくなるほど, 最適解の求まる確率は高くなるが, 探索に必要な時間も長くなる. パラメータPの値は, 探索時間と求める解のコストのどちらを優先するかにより決定される.

4. 本方法の有効な利用法

本方法では, α, βを求めるためにグラフを一度探索する必要があるため, グラフ探索の効率を上げることにはならない. しかし, グラフに対するα, βの値は制約条件を追加しても変化しないことから, 制約条件を追加したグラフを探索することで, ヒューリスティックな知識の質を向上させることができる. このとき用いる制約条件は生成される節点数を大幅に減少させる条件と考える. 本研究では制約条件として出発節点から生成される節点を1つに固定する. 考案した探索法は, 上記の制約条件下での探索(α, βを求めるための探索)と新しい推定値$\hat{h}_B(\cdot)$を用いた探索を行うことにより, 効率よく解を求めることができる.

5. 実験による評価と考察

有効性を検討するために, 閉路を持たないグラフで表される巡回セールスマン問題に本方法を適用した.

(1) 実験方法

考案した探索法と従来の探索法によって生成された節点数と求められた解のコストについて比較を行なった. 実験に用いた制約条件として, 出発都市と2番目に訪れる都市を固定した.

(2) 実験結果

従来の探索法によって生成された節点数を100%とすると, α, βを求めるための探索によって生成された節点数は約22%であった. 新しい推定値$\hat{h}_B(\cdot)$を用いた探索により生成された節点数は, $P=0$で約3%, $P=3$で約43%であった. この結果, 考案した探索法によって生成された総節点数は, $P=0$で約25%, $P=3$で約65%であった. 考案した探索法により最適解を求められた割合は, $P=0$で約35%, $P=3$で100.0%であった.

(3) 実験結果からの考察

考案した探索法は, 従来の探索法より生成された節点数が大幅に減少した. 考案した探索法で最適解が求められないことがあるのは, 最適解上の節点k_iの推定値$\hat{h}_B(k_i)$が真値$h(k_i)$を越えることがあり, $\hat{h}_B(k_i) \leq h(k_i)$ というA^*アルゴリズムの条件を満たしていないためである.

6. あとがき

本研究で考案した探索法は, グラフが閉路を持たない場合には有効な探索法であった. しかし, グラフが閉路を持つ場合, 生成される節点数を少なくする制約条件を示せなかったため, 今後は閉路を持つグラフに対して有効な制約条件を考案する必要がある.