

ファジィ推論におけるルールの解析的導出(2)

3 J-9

長井 寛志 宮内 新 石川 知雄
武蔵工業大学

1 はじめに

ファジィ推論は知識を if-then 形式のルールとして蓄えこれを推論規則として用いるため、あいまいな表現の知識の記述性に優れている。その反面、ルールを作成する際には、ルールを作成したあとに出力の調整を行なうチューニングの作業が必要となる。

我々は [1][2] で、教師データをクラスター分割しそのクラスターからルールをチューニングする方法について検討した。また、[3] でファジィ推論のルールを自動作成する一手法として教師データを用いて最小自乗法によって解析的にルールを導出する方法について述べた。その方法では前件部が1次しかないものだったので、それを拡張したものについて行なった研究について述べる。

2 ルールのモデル

ここで行なっている解析的導出では導出の際に偏微分を行なうため、ファジィ変数のメンバーシップ関数は微分可能な関数である必要があり、一般によく使われている三角形や台形のようなものは使えない。そこでルール i の第 j 次の前件部のファジィ変数のメンバーシップ関数は以下のような関数に定めた。

$$f_{ij}(x_j) = \exp \left\{ -\frac{(x_j - a_{ij})^2}{2v_{ij}} \right\} \quad (1)$$

これは a_{ij} を中心とした v_{ij} の広がりを持ち、最大値が1になるような上に凸の関数である。また後件部は導出の式が複雑になり過ぎないようにす

るためファジィ集合ではなく位置を P_i 、重みを W_i のようなモデルとする。ルールの例を図1に示す。

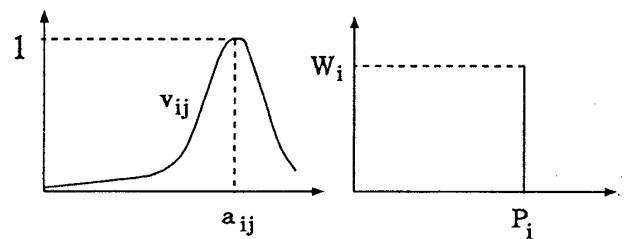


図1: ルールの例

今回実験をおこなったファジィ推論は2入力1出力を行なうモデルとした。そのようなファジィ推論の出力の式は以下ようになる。

$$y(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{i=1}^n (P_i W_i \mu(\mathbf{x}))}{\sum_{i=1}^n (W_i \mu(\mathbf{x}))} \quad (2)$$

ここで μ は適合度で $\mu(\mathbf{x}) = \prod_{j=1}^m f_{ij}(x_j)$ である。このファジィ出力の式をもとに、解析的導出を行っていく。

3 導出の方法

ファジィ出力の式と教師データをもとにルールのパラメータを導出する。その方法として最小自乗法を用いる。最小自乗法を用いることによって、教師データと誤差がもっとも少なくなるようなルールが導出される。つまり、チューニングの処理なしで教師データに対し最適なルールが導出できることになる。実際の手順としては以下のとおりである。

1. 教師データを入力した時のファジィの出力の値と教師データの出力の値の誤差の自乗和 (E) の式を求めておく。

2. E を求めたいパラメータでそれぞれ偏微分する.
3. 偏微分したすべての式を連立方程式をとじて解く.

X_k, Y_k を教師データ, a_{ij}, v_{ij}, P_i, W_i を求めたいパラメータとすると, 最小自乗法によるパラメータの導出の式は式 (2) を用いて

$$E = \sum_{k=1}^l (Y_k - y(X_k))^2 \quad (3)$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_{ij}} = 0, \frac{\partial E}{\partial v_{ij}} = 0, \frac{\partial E}{\partial P_i} = 0, \frac{\partial E}{\partial W_i} = 0, \dots \quad (4)$$

と書くことができる. すべての i, j についてこれらの式をたて, それらを連立方程式として解くことでパラメータが求められ, ルールが決定される.

4 実験

ルール数は 2 で, 2 入力 1 出力 (共に定義域は $[0,1]$) とし, 教師データは入力の定義域である 0 から 1 を 0.2 間隔で与えて実験をした. 連立方程式を解く方法としては最急降下法を用いている. その際, 各パラメータに関して大まかなステップでループを回し大体の値を計算しておき誤差の少ない値を初期値として採用することで極端な局所解に陥るのを防いでいる. 教師データと導出したルールによる出力の比較を図 2 に示す. また, 導出したルールを評価するために導出したルールによる出力と教師データとの誤差の自乗平均 (MSE) を求め, この値を評価値として用いた. 同様に自乗誤差の最大値 (SE_{max}) も求め, 極端に大きい誤差が無いかも調べた. 実際の結果は発表時に示す.

5 おわりに

ファジィ推論のルールを導出する際に, チューニングを行わずに良好なルールを導出する方法として, 解析的に導出する方法について述べた.

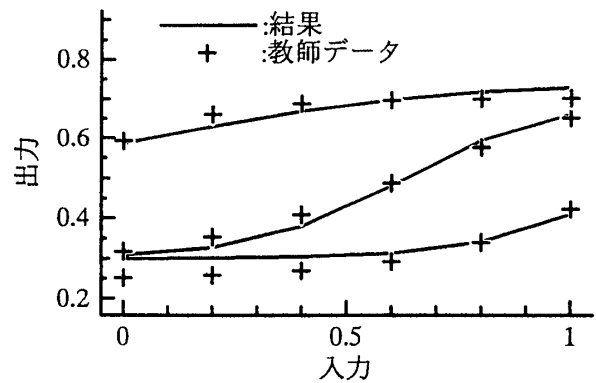


図 2: 導出したルールの例

多次元の入力に対してもルールが導出できるのが確認できた. 現在はルール数を固定しているため, 様々な教師データに対して柔軟に対応することは難しい. そのため, [2] で行なったようにクラスター分割のような方法で最適なルール数を決定しておき, 実際にルールを決定する段階で今回の方法を用いることで対応できると思われる. また, ルール数や入力部の次元数の増化にともなってパラメータ数が増加してしまうため, 最小自乗法では連立方程式を解くのが難しくなってくる. パラメータを簡略化するなどしてある程度は対応できる. さらに柔軟性を必要とする場合には, 連立方程式を解くために別な解決法が必要となってくる.

参考文献

- [1] 下田睦, 宮内新, 石川知雄, “ファジィ推論における If-then ルールの導出”, 情処研報, Vol.91, No.2 (1991.1).
- [2] 亀岡義治, 宮内新, 石川知雄, “ファジィ推論における If-then ルールの導出 (2)”, 情報処理学会第 44 回全国大会.
- [3] 長井寛志, 宮内新, 石川知雄, “ファジィ推論におけるルールの解析的導出”, 情報処理学会第 47 回全国大会 (1993.10).