

スプライン曲面を使った画像情報の圧縮

7S-2

虻川 善郎

工藤 峰一

外山 淳

新保 勝

北海道大学工学部

1. まえがき

画像は情報量が極めて多いため、保存や伝送においては、画像の持つ冗長性を利用して情報量を圧縮することが必要となる。提案方法の一つに画像を三次元空間内の立体的な曲面ととらえ、その曲面を数枚の平面で近似する方法^[1]がある。これは画像の台集合である $x-y$ 平面を画像の空間周波数に応じて非均一な正方形ブロックに分割し、ブロック毎に曲面を数個の平面で近似するものである。この方法では、標本点の位置の他に平面のパラメータの情報を保持する必要がある。

本研究ではこの方法を拡張し、ブロック内の曲面を平面ではなく、一回以上微分可能なスプライン曲面で近似することを試みる。スプライン曲面は標本点の位置を与えると一意に決まる利点がある。また、この方法は平面を用いる方法よりも近似精度が良いので、良質な復元画像を得ることが期待できる。

2. スプライン補間

三次元 xyz 直交座標系空間を考え、 $x-y$ 平面上に画像領域、 z 軸方向に画像の輝度値をとる。ここでは画像をこの三次元空間内の曲面（以降、画像曲面と呼ぶ）ととらえる。本論文の目的は画像曲面をスプライン曲面で近似することと画像情報量の圧縮を行うことである。スプライン曲面は与えられる曲面の標本点をもとに区分的に多項式曲面で表すもので、適当な滑らかさを持っており、また複雑な形をした

関数を能率良く近似できる性質^[2]を持っている。

$(m \times n)$ 個の標本点 (x_i, y_j, z_{ij}) , ($i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, n$) を通る k 次のスプライン関数 $s(x, y)$ は

$$s(x, y) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \alpha_{i,j} B_{i,x}^k(x) B_{j,y}^k(y) \quad (1)$$

と表せる。ここで、 $B_{i,x}^k(x)$ や $B_{j,y}^k(y)$ は B-スプラインであり、曲面はこの B-スプラインを基底とした線形結合で表現できる。B-スプラインの構成法として、ここでは端点条件を必要としない方法^[2] を利用する。この方法では標本点の集合を与えると、一意に B-スプラインが構成できる。次に係数 $\alpha_{i,j}$ は $s(x, y)$ が $(m \times n)$ 個のサンプル点を通ることから、 $s(x_i, y_j) = z_{ij}$ を満たす必要がある。したがって、式 (1) を利用すると

$$z_{ij} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \alpha_{i,j} B_{i,x}^k(x_i) B_{j,y}^k(y_j) \\ (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n)$$

となり $(m \times n)$ 個の式を導くことができる。 $\alpha_{i,j}$ はこれらの式を $(m \times n)$ 元連立方程式として解くことによって求めることができる。

3. 標本点の抽出

3.1. 抽出方法

スプライン補間を行うためには、原画像から $m \times n$ 個のサンプル点を抽出する必要がある。ここでは輝度値の変化に基づく方法を用いる。輝度値の変化が大きいところはサンプル点を密にとり、変化が小さいところは粗にとる。

Compression of Images Using Spline Curved Surface.
Yoshiro Abukawa, Mineichi Kudo, Jun Toyama, Masaru Shimbo.
Faculty of Eng., Hokkaido Univ.
Kita 13, Nishi 8, Sapporo 060, Japan.

つまり、原画像の画像曲面を $z = f(x, y)$ と表したときに、まず

$$D(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial x} f(x, y) dy$$

$$D(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial y} f(x, y) dx$$

を求める。このとき

$$\int_0^{x_i} D(x) dx = \frac{i}{m} \int_{-\infty}^{\infty} D(x) dx$$

$$\int_0^{y_j} D(y) dy = \frac{j}{n} \int_{-\infty}^{\infty} D(y) dy$$

$$z_{ij} = f(x_i, y_j)$$

を満足するサンプル点 (x_i, y_j, z_{ij}) を求める。

3.2. 情報圧縮

前節で求めた標本点の輝度値に二進符号を割り当て情報量の圧縮を行う。輝度値 z_{ij} の発生頻度が等しければ、全ての輝度値に同じ長さの符号を割り当てても十分であるが、実際にそのようなことはまれである。そこで発生頻度の高いものには短い符号を、低いものには長い符号を割り当てると全体として平均の符号長を短くできる。今回は符号割り当ての方法としてハフマンの符号化法^[4]を用いた。

4. 実験

実験には画像データベース SIDBA 中の画像を用いた。画像サイズは 256×256 で輝度値は 0 から 255 までの値をとる。

実験目的は

- スプライン曲面の次数と画質の関係の調査
- 画像曲面を平面で近似した場合とスプライン曲面で近似した場合の比較
- 離散コサイン変換をはじめとする符号変換化を行った場合とスプライン曲面で近似した場合の比較

である。

近似した後の画質の評価方法は SN 比を用いて行う。2次元 xy 平面上の画像領域の面積を S とすると原画像 f とスプライン曲面近似を行った画像 g の間の平均 2 乗誤差 e^2 は

$$e^2 = \frac{1}{S} \iint |(x, y) - g(x, y)|^2 dx dy$$

で定義され、SN 比 r は e^2 を用いて次のように定義できる。

$$r = -20 \log_{10}(e/p)$$

(ただし p は輝度値のとりうる最大値)

実験結果については当日発表する。

5. あとがき

スプライン曲面を用いて画像圧縮を行う方法について検討した。サンプル点を滑らかに補間するスプライン曲面の特徴を使うことにより、良好な画像圧縮ができることを確認した。今後の課題は

- 格子状ではなく、任意にサンプル点を与えた場合にスプライン曲面を構成する方法の検討
- サンプル点のとり方の改良
- 端点条件を用いてスプライン曲面を構成した場合との比較

などがある。

文献

- [1] 山崎 一生・長谷川 誠・五十嵐 智・岡田 貞実, 三角平面パッチを用いた多階調画像データの圧縮. 電子情報通信学会論文誌, J75-D-II, 6(1992), 1038-1047.
- [2] 桜井 明, スプライン関数入門. 東京電機大学出版局, 1981.
- [3] 吉村 和美・高山 文雄, パソコンによるスプライン関数. 東京電機大学出版局, 1988,
- [4] 原島 博, 画像情報圧縮. オーム社, 1991.