

有限要素法のための数値シミュレーション言語

藤尾 秀洋, 村松 一弘, 土肥 俊

NEC C&C研究所

4P-7

1 はじめに

最近 GUI によって入力・解析が手軽に行える汎用数値解析プログラムが多く製品化されている。しかし、有限要素法に代表される数値計算は、汎用プログラムの操作法を習得しただけでは本当に意味のある解析ができるとはいえないだろう。特に有限要素法は理論とともに、計算機へのインプリメントに関する知識が必要であり、その習得のためにはある程度有限要素法プログラムの作成、実行を体験する必要がある。また、汎用プログラムでは解析不可能な問題に対しても、プログラムの作成が必要となるが有限要素解析プログラムを作成することは工数的に難しいことが多い。

われわれは、有限要素法によるユーザ専用プログラムの作成支援、さらに有限要素法の研究・教育ツールを目的とした有限要素法のための数値シミュレーション言語 FEEL を開発している。[4] このツールは、ある程度の有限要素法の知識があれば、プログラム言語的で分かりやすい有限要素法のシンボリックな問題表現から対応する FORTRAN プログラムを自動生成する。また、ユーザはさらに FORTRAN レベルで細かい手を加えることが可能である。

2 有限要素法のプログラム・データ構造

有限要素解析のプログラムは、偏微分方程式を離散化して連立一次方程式を構成し、実際にそれを解いて近似解を求めることが基本となる。しかし、そこには様々なデータタイプが出現し、有限要素法プログラムのコーディングを複雑にしている。たとえば、全体の大きなデータ構造は行列の格納の仕方 (= 連立一次方程式の解法) に強く依存する。また、有限要素法プログラムに出現する節点座標や、要素毎の物性値データ、要素節点対応配列、境界条件の節点情報などのデータは複雑に関係しあっている。だが、有限要素法のプログラム・データの流れは階層的構造を持っており、構成規則さえデータベース的に構築しておけば、有限要素解析の問題のかなり大きなクラスのプログラム、データを同一の規則からほぼ自動的に生成することは可能である。これは有限要素法のアルゴリズムがいわゆる Object 指向的プログラミングの典型的な例題といっても差し支えない構造を持つからと言える。実際、この点に着目し、有限要素プログラム

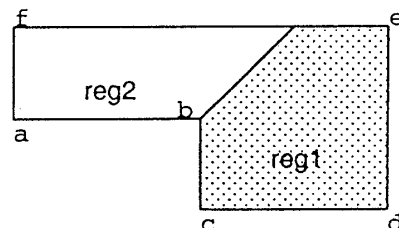
の作成に関する研究も最近盛んに行われている。([3] など多数)

3 有限要素法のためのシミュレーション言語

本数値シミュレーション言語の目的は、有限要素法に現れる演算やデータアクセスのシンボリックな表記から、対応する有限要素法プログラムを、システムに内蔵している FEM プログラム構成規則から自動生成することである。その際、自然なデータ操作の表記ができること、構成規則が利用するデータ (たとえば形状関数の形や数値積分法など) をユーザ自身が付け加えることができるように留意した。このシステムの特徴は、ユーザが解析しようとする対象を明確でかつ簡潔な形で表現できることである。そのため、有限要素法による解析プログラムを作成する場合の効果的な支援ツールとして使える他、有限要素法を理解、学習するツールとしても使えると考えられる。また、後で示すように、ユーザが定義する新しい手法による解析もある程度行うことができる。

変数宣言に関する表記

本システムでは有限要素法で扱う物理量を変数として通常のプログラム言語の変数と同様に記述することができる。変数は、形状関数による内挿法を指定した fem 変数、各要素毎に値を持つ ewise 変数、および普通のスカラー変数からなる。fem 変数に関しては形状関数の指定、ewise 変数に関しては要素内での評価位置を指定することができる。fem 変数、ewise 変数は自動生成する FORTRAN では配列として実現される。しかし、これらの変数に関する、代入文や微分操作などは、意味があるかぎり自動的に FORTRAN 上に DO ループによるプログラムとして実現される。このため、ユーザはスカラー的な代入文によってこれらの配列データを制御できる為、数値シミュレーション言語上では代入文は極めて分かりやすい記述により実現できる。



Numerical Simulation Language for the FEM.

Hidehiro Fujio, Kazuhiro Muramatsu, Shun Doi
C&C Research Laboratories, NEC Corporation.
Miyazaki 4-1-1, Miyamae, Kawasaki 216, Japan

領域、代入に関する表記

2次元問題であれば、シミュレーション言語内でメッシュデータも作成するため、(プロトタイプ版では[2]のメッシュ生成プログラムを実装している)領域形状に関してシンボリックな表記による制限付代入文を可能としている。例えば、前頁の図に示した領域に対してFORTRANでは配列として実現されるfem変数、ewise変数の制約付の代入文を形状データ名を用いて、次のように書くことができる。

```
px = u      ,at a; /* 指定節点での代入 */
u   = 10    ,on abc; /* 指定境界での代入 */
e   = 100.0 ,in reg1; /* 指定領域での代入 */
```

偏微分方程式の記述についても、連立、連成、非線形を問わず、シンボリックな記述が可能である。[4]

4 適用例

修正 serendipity 要素の定義

本シミュレーション言語では新しい形状関数をユーザが定義すれば、その要素を用いた構造解析等の解析プログラムを自動作成することができる。たとえば、文献[1]で示される要素は次のように記述してシステムに登録すれば、この要素を用いた様々な解析プログラムを簡単に作成することができる。

```
element PK[rect]
{double d1,d2,d3,d4,t1,t2,t3,...;
  d1=(x2-x1)*(y4-y1)-(x4-x1)*(y2-y1);
  .....
  t1=(5.0-d3*(3.0/d1+1.0/d2+1.0/d4))/32.0;
  .....
  (-1,-1):(r-1)*(1-s)*(1+s+r)*0.25
           +t1*(1-r*r)*(1-s*s); 補正項
  ..... }
```

Navier-Stokes 方程式

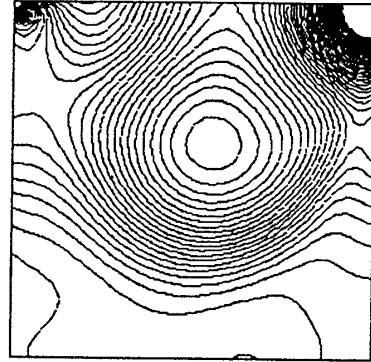
Navier-Stokes 方程式を流速と圧力を未知量として直接離散化する場合、流速と圧力の要素選択に注意する必要がある。この要素の選択に関する記述は

```
fem u[Q2A],v[Q2A]; /* 9 節点要素名 Q2A */
fem p[Q1];        /* 4 節点要素名 Q1  */
```

となるが、合わせて Navier-Stokes 方程式の弱形式を

```
weq:re*(dx(u)*dx($)+dy(u)*dy($))
      + (u*dx(u)+v*dy(u))*$+dx(p)*$;
weq:re*(dx(v)*dx($)+dy(v)*dy($))
      + (u*dx(v)+v*dy(v))*$+dy(p)*$;
weq:- u*dx($)-v*dy($) +e2*p*$+ee*p0*$;
```

と指定するだけで、流速に四辺形9節点要素、圧力に四辺形4節点要素を用いた Navier-Stokes 方程式を解くプログラムを生成することができる。cavity flow の条件を境界条件として課し、圧力の等高線図を display に出力する指定を行えば、次図の様な2次元 cavity flow の等圧線図が簡単に得られる。



5 おわりに

有限要素法のための数値シミュレーション言語は、有限要素法の構成要素を簡潔に指定したのから、プログラム・データを自動生成する。このシステムは、専用プログラムやプロトタイプの計算プログラムの作成支援となる他に、有限要素法を理解し、使いこなす為の教育用ツールともなると考えられる。

謝辞

有限要素法の様々な題材を提供、教授して頂いた菊地文雄教授、メッシュ生成プログラムの使用を許可して下さいた谷口健男教授、森北出版に感謝いたします。

参考文献

- [1] 菊地 文雄: '修正 2 次 Serendipity 要素の形状関数の陽表示', 第 7 回計算力学シンポジウム報文集, 日科技連, pp.1-6, (1993).
- [2] 谷口 健男: 'FEM のための要素自動分割', 森北出版, (1992).
- [3] 三村泰成他: 'オブジェクト指向型有限要素解析システムの開発', 構造工学における数値解析シンポジウム論文集, Vol.16, pp.601-606 (1992).
- [4] 藤尾、速水: '有限要素法用数値シミュレーション言語 FEEL', 構造工学における数値解析シンポジウム論文集, Vol.17, pp.489-494 (1993).