１Ｐ－９

多目的離散最適化問題を解くためのアルゴリズム

疋田光伯　　宮地　功　　仲川勇二　伊藤俊秀　北尾匡史
四国大学　岡山理科大学　　関西大学総合情報学部

１．はじめに

互いに競合する複数個の目的関数を、与えられた制約式のもとで、最大（最小）化する問題は多目的計画問題（multiobjective programming problem）と呼ばれ、多くの分野で応用されている。従来、様々な多目的計画問題が定義され[1]、その解法が提案されてきたが、そのほとんどが変数はすべて実数値をとるものであった。本論文では変数がすべて離散値をとる多目的計画問題（多目的離散計画問題）を実用的に取り扱うための新しい問題の定式化とそれを解くためのアルゴリズムを提案する。この問題は標的問題と名づけられ、変数がすべて実数値をとる従来の多目的計画問題とは異なり、離散変数の取り扱いが容易になるように工夫されている。この標的問題を解くためのアルゴリズムはモジュラアプローチ[2,3]の概念を応用している。モジュラアプローチは、単一目的の大規模な離散最適化問題を効率的に解くためのアルゴリズム設計法であり、これを用いることにより大規模な多目的離散最適化問題を解くことが可能となる。

An Algorithm for Multiobjective Discrete Programming Problem
Mitsunori Hikita
Shikoku University
Oujin, Tokushima, 771-11, Japan
Isao Miyaji
Okayama University of Science
Ridai, Okayama, 700, Japan
Yuji Nakagawa
Toshihide Itou
Masachika Kitao
Kansai University
Takatsuki, Osaka, 569, Japan

２．モジュラアプローチの概要

モジュラアプローチは、動的計画法(dynamic programming)と同様にボトムアップ的な手法である。まず、与えられた離散最適化問題に対して対応した最適化システムを考え、次の（１）と（２）の操作を繰り返すことにより原問題を解く。

（１）システムに対して深測操作を適用し決定空間を縮小する．

（２）システム内の複数のモジュールを単一のモジュールに統合することによってモジュール数を減らす。

ここでは、モジュールは多目的離散計画問題の変数に対応させ、目的関数および制約関数が分離可能な場合を考える。つまり、モジュールを直列に結合した最適化システムであり、動的計画法と同様に多段決定過程を成すものである。ただし、動的計画法におけるモジュールの統合順序は関数方程式によって固定されたものであるが、モジュラ法では各モジュールの代替案数によって統合すべき２つのモジュールを柔軟に決定できる。

３．問題の定式化

提案する問題は標的問題（target problem）と名づけられ、変数がすべて離散値をとる多目的計画問題として次のように定式化される。

$$(\mathrm{TP}):\quad \text{target}\quad f(x) \geqq f^{opt} - \varepsilon$$

$$\text{s.t.}\quad g(x) = \sum_{i=1}^{n} g_i(x_i) \leqq 0$$

ここで、$x=(x_1,\dots,x_n)^T$ はn次元整数変数ベクトル、$f(x)=(f_1(x),\dots,f_k(x))^T$ はk次元ベクトル標的関数（target function）、$f^{opt}=(f_1^{opt},\dots,f_k^{opt})^T$ は

それぞれの標的関数を単独で使用した単一目的の問題の最適値ベクトル、$\varepsilon=(\varepsilon_1,\ldots,\varepsilon_k)^T$ は標的定数ベクトル、g(x) は制約関数である。すなわち、標的問題とは各標的関数の最適値に幅を持たせて、すべての標的関数がその範囲に入る実行可能解を列挙する問題である。意志決定者は ε を調整することによって任意の大きさの解集合（パレート最適解）を求め、その中から特定の解を選択することになる。

4．アルゴリズム

標的問題 TP を解くためのアルゴリズムはモジュラアプローチを中心として構築される。すなわち、まず、標的問題の1番目の標的関数 $f_1(x)$ のみを用いた単一目標の問題 TP^1 をモジュラアプローチによって解き、その解集合 X^1 を得る。次に、この解集合 X^1 の中で $f_1(x)$ 以外の標的関数 $f_2(x),\ldots,f_k(x)$ がすべてそれぞれの標的範囲に入る解を抽出し、その解集合 X^{sol} を求める。さらに、解集合 X^{sol} に対して優越操作を行い、縮小された解集合 X^{POS} を得る。X^{POS} は問題 TP のパレート最適解である。

```
FUNCTION Main ()
INPUT  TP, Fm, CIM
BEGIN
   X¹ ⇐ ModularApproach (TP¹, Fm, CIM) ;
   Xˢᵒˡ ⇐ { x ∈ X¹: f_j(x) ≧ f_j^opt - ε_j
                                (j=2,...,k)} ;
   Xᴾᴼˢ ⇐ Dominance (Xˢᵒˡ) ;
OUTPUT  Pareto Optimal Solution Xᴾᴼˢ
END

FUNCTION ModularApproach (P⁽⁰⁾, Fm, CIM) ;
BEGIN
   r ← 0;
   WHILE r ≦ n DO
      r ← r + 1;
      {A^(r)_M(r-1)} ⇐ Fathom (r, P^(r-1), Fm) ;
      {C^(r)} ⇐ Choice (M^(r-1), A^(r)_M(r-1), CIM) ;
      {P^(r)} ⇐ Integrate (C^(r), P^(r-1), A^(r)_M(r-1)) ;
   ENDWHILE
RETURN  Solution of P⁽⁰⁾
END
```

但し、

Fm	深測操作をどのモジュールに対して実施するかを決めるための政策
CIM	次に統合すべきモジュールを選定するための政策
TP^1	標的問題 TP において標的関数が $f_1(x)$ のみの単一目標である問題
X^1	TP^1 の解集合
Fathom	政策 Fm による深測操作を行い、関数のリターンとして縮小された決定空間を戻す
Choice	モジュール集合 $M^{(r-1)}$ から統合政策 CIMを用いて次に統合すべきモジュールを選定する
Integrate	モジュール集合 $C^{(r)}$ を単一のモジュールに統合し、次のレベルの問題 $P^{(r)}$ をリターンとする
Dominance	優越操作を行い、関数のリターンとして縮小された解集合を戻す
$M^{(r)}$	システムレベル r に対するモジュールの番号集合
$A^{(r)}_{M(r-1)}$	$\{A^{(r)}_m : m \in M^{(r-1)}\}$
$A^{(r)}_m$	システムレベル r におけるモジュール m に対する代替案集合

文　献

(1) 清水清孝：多目的と競争の理論，共立出版(1982)．

(2) 仲川勇二：離散最適化問題のための新解法，信学論（A），Vol.J73-A, No.3, pp.550-556(1990)．

(3) 疋田光伯，岩崎彰典，仲川勇二：モジュラ法の非線形計画問題への適用，信学論（A），Vol.J76-A, pp.64-67(1993)．