

0-1 計画問題の近似解法プログラムの開発と評価

1P-8

野中 久典 高元 政典 小林 康弘
(株)日立製作所 エネルギー研究所

1. はじめに

投資計画問題やネットワークフロー問題など、多くの実際的な組合せ最適化問題は、変数の値が0または1の二値に制約された0-1計画問題に分類される。実用的な0-1計画問題は一般に規模が大きく、厳密解を求めるためには膨大な計算時間がかかる。この問題点を解決するために、高速で精度のよい近似解法が求められている。

今回、0-1計画問題に対する近似解法としてE,Balas, C.H., Martin の提案したP & C法 (Pivot and Complement 法: 掃き出し補数法) [1] に着目し、高速化のための改良を施したプログラムを開発し、例題を用いて評価した。

2. P & C法とその改良

2.1 P & C法

P & C法は、線形計画問題の解法であるシンプレックス法 (Simplex Method) の考え方を応用した、線形の目的関数と制約条件を持つ0-1計画問題に対する近似解法である。以下に、その基本的な処理ステップを示す:

- (1) 0-1計画問題を線形計画問題と見なして、シンプレックス法によりLP解を求める。この時、0-1変数 X_{0i} に対しては $0 \leq X_{0i} \leq 1$ という上下制限を与えらる。
- (2) LP解を初期解候補として、基底にある0-1変数を非基底に掃き出すためのピボット操作を繰り返し、最終的に0-1解を得る。この処理の過程で、解候補が実行可能領域の外に出た場合には、これを実行可能領域に引き戻すためのピボット操作を実行する。
- (3) 0-1解が得られた場合には、変数補完によ

り解の改善を試みる。変数補完とは、一つ以上の0-1変数の値を0から1へ、あるいは1から0へと同時に変化させることを言う。

非基底にある0-1変数は、下限値0または上限値1の二値しか取り得ないため、基底にある全ての0-1変数を非基底に掃き出すことにより0-1解が得られることになる。

2.2 手法の改良

上述したP & C法に、部分評価法を導入した。ここで言う部分評価法とは、P & C法におけるピボット操作の対象となる変数を決定するための評価計算を、変数の値を考慮したヒューリスティクスに基づいて選択された少数の変数に対してのみ実行するという考え方である。これにより、ピボット操作時の総計算量を削減し、処理を高速化している。

3. プログラムの評価

改良したP & C法に基づくプログラムを開発し、典型的な0-1計画問題として知られる投資計画問題に適用して評価した。

投資計画問題とは、複数のプロジェクトのそれぞれに対し、そのプロジェクトを実行するために必要な人員、資金、機材などの資源量と、プロジェクトの実行により期待される利益が与えられたときに、それぞれの資源の総量の制約の下で利益を最大にするためには、どのプロジェクトを実行すれば良いかを決定する問題である。j番目のプロジェクトに0-1変数 X_j を対応付け、このプロジェクトを実行する場合を $X_j=1$ 、実行しない場合を $X_j=0$ で表わせば、投資計画問題は0-1計画問題に定式化できる。ここでは、文献[1]に記載された方式に従い、乱数を使って作成した投資計画問題を本プログ

ラムの評価に用いた。

表1に10題の投資計画問題（100変数10制約条件）に対する計算結果を示す。数値実験によると、厳密解からの精度1%以内の良好な近似解を、分枝限定法（厳密解法）に基づく混合整数計画法プログラムの10%以下の計算時間で生成できることを確認した（表1の項番1, 2）。

また、本プログラムを前述の混合整数計画法プログラムの初期解の生成ルーチンとして用いたところ、最適解の求解時間を30%程度短縮することができた（表1の項番3）。

表1 投資計画問題の計算結果
(2MIPSの計算機で三変数補完まで実行)

項番	解法	平均CPU時間 (s)	得られた解
1	P & C法に基づく近似解法	18.1	最適解から平均して0.3%劣った近似解
2	分枝限定法	390.4	最適解
3	P & C法+分枝限定法	269.8	最適解

文献[2]に記載の混合0-1計画法プログラムMIPを用いて上記の10問題を解いたところ、探索パラメータを4とした設定で、最適解の求解に要したCPU時間の平均は250.1秒であった。また、最初の0-1解を得るまでの平均CPU時間は53.9秒であった。このときの解の質は、最適解から平均して0.4%劣った近似解である。以上より、この問題に対しては、開発したプログラムが良好な近似解を高速に求めていると言える。

上記の100変数10制約条件問題の他に、変数や制約条件の数を最大200変数50制約条件まで変えて、P & C法に基づく近似解法プログラムと厳密解法プログラムとの性能比較を行った。この結果、中規模の0-1計画問題に対して、開発したプログラムが有効であることを確認した。

また、P & C法はシンプレックス法の考え方を応

用した解法であるため、その実行に必要なメモリ量が少なくすみ、大規模0-1計画問題への適用が期待できる。

図1に、10000変数10制約条件までの投資計画問題を本プログラムで解いた場合の変数の数と計算時間との相関を示す。本プログラムは、数1000~10000変数という大規模問題の近似解を実用的な計算時間で求めており、大規模問題に適用可能な近似解法プログラムであることが確認できた。

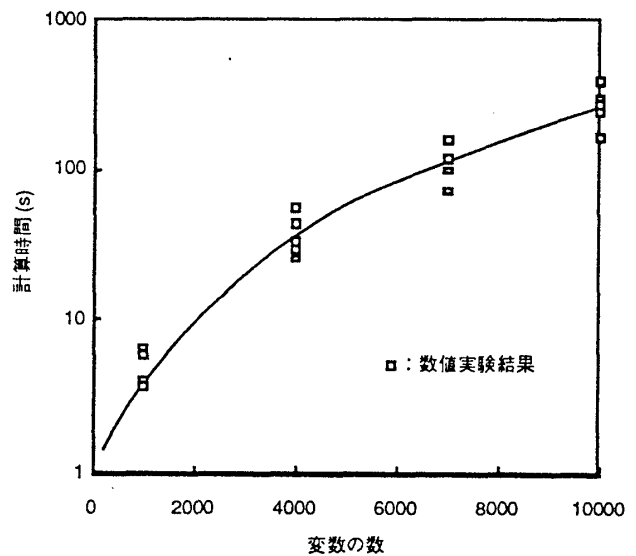


図1 変数の数と計算時間の相関
(130MIPSの計算機で二変数補完まで実行)

4. おわりに

P & C法に基づく0-1計画問題の近似解法プログラムを開発し、投資計画問題を用いて評価した。開発したプログラムにより、100変数の問題に対しては良好な近似解が高速に得られることを確認した。また本プログラムが、10000変数の大規模0-1計画問題へも適用可能であることを示した。

参考文献

- [1] Balas, E., Martin, C.E.: Pivot and Complement - A Heuristics for 0-1 Programming: Management Science, Vol.26, No.1, pp.86-96 (1980)
- [2] 茨木俊秀, 福島雅夫: FORTRAN77 最適化プログラミング: 岩波書店 (1991)