制約充足問題の併合解法における並列化の効率解析

3N－5

窪田 信一郎　内野 寛治　狩野 均　西原 清一
筑波大学　電子・情報工学系

1 はじめに

制約充足問題 (Constraint Satisfaction Problem, 以下 CSP と略記）を解くアプローチの１つに併合法 [1] がある。併合法は分割統治法の考え方を応用して容易に処理を並列化できる。しかし、この並列化は CSP においては必ずしも有効ではないことが実験によって明らかにされている [2]。本稿では制約数４の CSP を例に、並列処理の効率が逐次処理より悪くなる必要十分条件を求め、この条件から併合法の並列処理の効率を決める要因について考察する。

2 併合法の効率評価式

CSP と併合法の定義は文献 [3] に譲る。以下では、頂点数４の CSP における併合法の逐次処理と並列処理の効率を解析する。以後の効率評価を簡単化するため、次の２つを仮定する。

(1) 与 CSP のラベル制約関係 R_i のサイズはすべて K である。

(2) 併合する２頂点の R_i 中のラベルはランダムに分布している。

ここで、最初にある頂点に着目し、それを順次他の頂点と併合していく処理を**併合法の逐次処理**と定義する。一方、並列処理可能な環境では、ネットワークの複数の頂点ペアを同時に併合することができる。このような処理をここでは**併合法の並列処理**と定義する。このような並列化は分割統治法においてよく見られる手法である。頂点数４の CSP を逐次処理するのにかかる時間（**逐次処理の計算コスト**） $C_s(4)$ と並列処理するのにかかる時間（**並列処理の計算コスト**） $C_p(4)$ は [4] より、次式で与えられる。

$$C_s(4) = K^2 + \frac{K^3}{|L|^{M(1)}} + \frac{K^4}{|L|^{M(1)+M(2)}} \quad (1)$$

$$C_p(4) = K^2 + \frac{K^4}{|L|^{2M(1)}} \quad (2)$$

ただし、$M(p)$ は「制約ネットワーク中の p 組の頂点ペアに現れる共通ユニットの総数の平均値」であり、以下**共通ユニット指数**と呼ぶ。$M(p)$ はユニット制約関係 T の構造を表しており、定義から明らかに非減少関数である。

3 並列処理の効率が悪化する条件

$C_s(4) < C_p(4)$ となる必要十分条件を求める。(1),(2) 式から

$$C_s(4) < C_p(4)$$

$$\Leftrightarrow |L|^{-M(1)} + K\cdot|L|^{-M(1)-M(2)} < K\cdot|L|^{-2M(1)}$$

$$\Leftrightarrow K\cdot(|L|^{-M(1)} - |L|^{-M(2)}) > 1$$

さらに $M(p)$ は非減少関数であるから

$$\Leftrightarrow M(1) < M(2) \quad (3)$$

$$\text{かつ } K > \frac{1}{|L|^{-M(1)}(1-|L|^{-(M(2)-M(1))})} \quad (4)$$

(3) 式は、$M(p)$ が非減少関数であることを考慮すると $M(1) = M(2)$ の時に成立せず、このような CSP は並列処理の効率が悪化しないことを示している。これ以外の CSP はすべて (3) 式を満たす。

(4) 式は、(3) 式を満たしている CSP に対して K が大きいほど並列処理の効率が悪化することを示している。さらに、(4) 式の右辺は $M(1)$ が小さく、$(M(2)-M(1))$ が大きいほど小さな値を取る。すなわち、$M(p)$ の初期値が小さく、急激に立ち上がるような CSP ほど、小さな K から並列処理の効率悪化が見られることを示している。

4 実験

実験に用いた CSP とその共通ユニット指数 $M(p)$ を図１に示す。これらはすべて頂点数４で T の構造が異なっている。type1 はすべての辺の共通ユニット集合が同じであり、その結果 $M(p)$ の値は 1.0 で一定である。type2 はすべての辺の共通ユニット集合が異なり、$M(p)$ の値は p に比例して大きくなる。

Parallel Processing Performance of Merge Method for Constraint Satisfaction Problems

Shinichiro KUBOTA, Kanji UCHINO, Hitoshi KANOH, Seiichi NISHIHARA
Inst. Inf. Sci. & Electr., University of Tsukuba

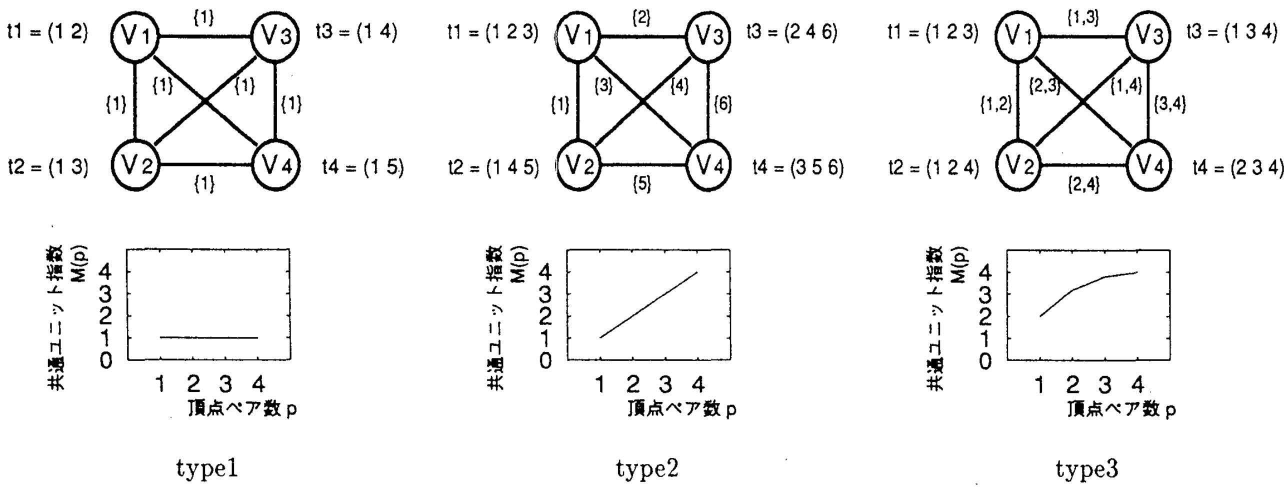

図 1: 実験に用いた CSP とその共通ユニット指数

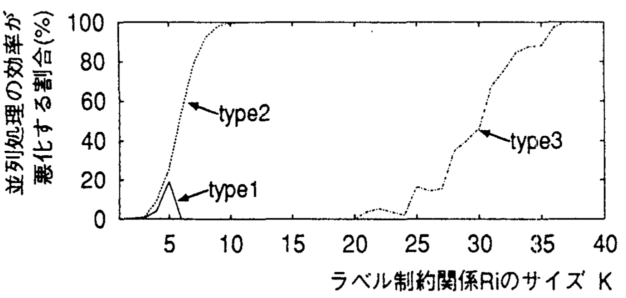

図 2: 並列処理の効率が逐次処理より悪化する割合

type3 は type1,2 に比べ共通ユニット集合のサイズが 2 と大きく、1 つの共通ユニットを 3 つの辺で共有している。その結果 $M(p)$ のグラフの初期値は大きく、増加量は p の増加と共に緩やかになる。

ここでは、図 1 の CSP に対して逐次処理と並列処理の計算コストを求め、並列処理の効率が逐次処理より悪化するような CSP の割合を求めた。実験結果を図 2 に示す。図 2 では $\mid L \mid = 5$ とし、R_i はランダムとし、各 K に対して 1,000 個の CSP を試行した。

以下、図 1 に示した 3 種類の CSP について、並列処理の効率が K の増加によってどのように悪化するかを考察する。type1 は図 1 のように $M(1) = M(2) = 1.0$ で (3) 式を満たしておらず、図 2 からも並列処理の効率悪化はほとんど見られない。一方、type2 と type3 は $M(1) < M(2)$ で (3) 式を満たし、K の増加と共に並列処理の効率悪化が顕著に現れてくる。特に type2 は type3 より小さな K から並列処理の効率悪化が見られる。(4) 式の右辺の値を求めると、type2 は 6.3、type3 は 29.2 となる。type2 の方の値が小さいのは、$M(1)$ の値が type3 では 2.0 であるのに対し、type2 の方は 1.0 と小さいためである。以上のように、3節で示した条件はここでの実験結果をよく説明していると言える。

5 おわりに

本稿では、頂点数 4 の CSP において併合法の並列処理の効率が逐次処理より悪くなる必要十分条件を示した。これにより、CSP が並列処理に向くかどうかは共通ユニット指数 $M(p)$、すなわちユニット制約関係 T の構造に依存し、$M(p)$ の初期値が小さく、立ち上がりが急激であるような CSP ほど並列処理の効率が悪化することがわかった。さらにその特徴はラベル制約関係 R_i のサイズが大きくなることによって顕著に現れてくることがわかった。

今後は、この考察が一般の CSP についても言えるのかどうかの検証を行う予定である。

参考文献

[1] 西原: 制約充足問題の高速解法, 知識ベースシステムにおける高速推論技術チュートリアル資料, 情報処理学会 (1992)

[2] 西原, 松尾: 整合ラベリング問題における併合解法の並列化について, 人工知能学会誌, Vol.6, No.1, pp.124-128 (1991)

[3] 内野, 窪田, 狩野, 西原: 制約条件の構造に注目した CSP の分類方法, 第 48 回情報処理学会全国大会 (1994)

[4] 窪田, 内野, 李, 山下, 西原: 併合法による制約充足の並列化効果について, 第 46 回情報処理学会全国大会 (1993)