境界表現における位相モデルの分類

1U－8

山口 泰†，木村文彦‡

†東京大学教養学部，‡東京大学工学部

1 はじめに

現在，3次元形状の計算機内モデルとしては，境界表現が一般的に用いられている．この境界表現は位相情報と幾何情報を組み合わせて形状を表現する手法である．従来の境界表現立体モデルでは，位相の表現や操作が簡潔になる多様体立体を対象としていた [1]．しかし，多様体立体は正規化集合演算に関して閉じていないなどの問題があり，近年は非多様体モデルの研究が盛んになされている [2].

しかし‘非多様体立体’とは多様体立体にない表現力を持つというだけで，明確に定義された位相モデルではなかった．一般に表現能力を拡張すればデータ構造も冗長にならざるをえない．たとえば，同じ多様体立体を表現しようとすると，いわゆる非多様体モデルのデータ量は多様体立体モデルの2〜3倍程度になる．表現対象の性質が明らかならば，適切な表現方法を選択すべきことは言うまでもない．本研究では，点の近傍において‘隣接位相要素’という概念を用いることで，境界表現の対象となる位相モデルの分類を試みる．

表 1: 隣接位相要素.

	Vertex	Edge	Face	Region
Vertex	***	end	fan	corner
Edge	end	***	blade	wedge
Face	fan	blade	***	side
Region	corner	wedge	side	***

2 隣接位相要素

我々は前に胞体分割を対象とした位相モデルを提案した [3]．3次元空間内の点集合である 0〜3 胞体をそれぞれ基本的な位相要素 Vertex, Edge, Face, Region とし，これらの位相要素の近傍 (隣接関係) を表わすものとして隣接位相要素を導入した．つまり，隣接位相要素は表1に示すように，2つの基本的な位相要素間の隣接関係を表現する．図1に隣接位相要素を図示する．

A Taxonomy of Topology Models for B-Reps
†Yasushi Yamaguchi, College of Arts and Sciences, The University of Tokyo, 3-8-1, Komaba, Muguro-ku, 153 Tokyo
‡Fumihiko Kimura, Faculty of Enginnering, The University of Tokyo, 7-3-1, Hongo, Bunkyo-ku, 113 Tokyo

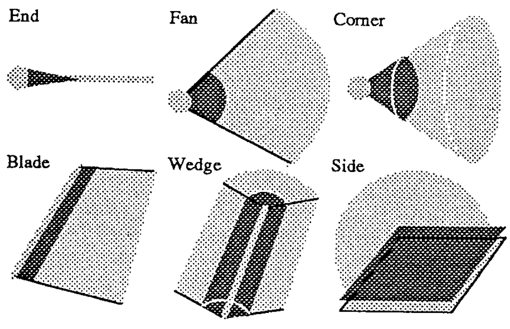

図 1: 隣接位相要素.

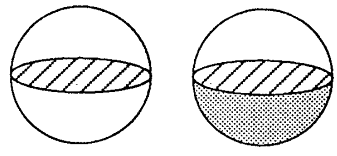

図 2: Face の近傍.

3 近傍の制約による分類

対象となる位相の性質を基本位相要素近傍の制約として捉らえてみる．図2は Face 上の点の近傍を図示したものである．Face の周りの空間は2つの部分に分割され，それぞれ Region に隣接している．つまり，2つの部分空間は Face と Region の隣接関係を表わす side に対応している．胞体分割の場合には隣接する2つの Region は異なることもあれば，同じになることもある (トーラスの穴の部分に Face が1枚ある場合などが挙げられる)．この場合には Face の両側の side は対等であり，図2の左のようになる．このとき位相要素の個数の間には，以下の関係が成り立つ．

$$N_{\mathrm{side}} = 2N_{\mathrm{Face}} \quad (1)$$

ここで表現対象を立体に制限すると，すべての Face は向きづけ可能となる．つまり Face の隣接関係を表わす2つの side の一方は立体の内部に，他方は立体の外部に対応する．これを図示したものが図2の右であり，(1) 式に加えて，以下の関係も成り立つことになる．

$$N_{\mathrm{in.side}} = N_{\mathrm{out.side}} \quad (2)$$

次に Edge の近傍について考える．胞体分割の場合には図3の左上のように Edge の周囲には blade と wed がが交互に現われる．したがって位相要素の個数には以下の関係が成り立つ．

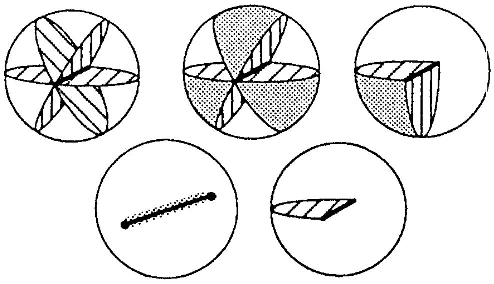

図 3: Edge の近傍.

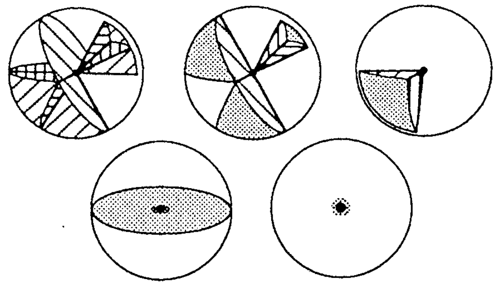

図 4: Vertex の近傍.

$$N_{\mathrm{blade}} = N_{\mathrm{wedge}} \qquad (3)$$

R-Set 立体の場合には，図 3の中央上のように， Edge の周囲の blade と wedge は偶数個存在し， wedge は立体内部に対応するものと立体外部に対応するものが交互に現われる．したがって，(3) 式に加え，以下の関係も成り立つ．

$$N_{\mathrm{in.wedge}} = N_{\mathrm{out.wedge}} \qquad (4)$$

多様体立体の場合には，図 3の右上のように， Edge の周囲の blade と wedge は 2 個ずつ存在し， wedge の一方は立体内部，他方は立体外部に対応する．したがって，(3),(4) 式に加え，以下の関係が成り立つ．

$$N_{\mathrm{in.wedge}} = N_{\mathrm{out.wedge}} = N_{\mathrm{Edge}} \qquad (5)$$

ワイヤフレームモデルのように Edge に Face が隣接していない懸垂 Edge の場合は，図 3の左下のようになる．このときの Edge と Region の隣接関係を wedge と考えると，(3) 式が成立しなくなる．そこで，このような場合には wedge としてではなく，別の隣接関係と考える方が適切である．また，図 3の右下のサーフェスモデルの側縁部のように Edge に 1 個の Face しか隣接しない場合には，(3) 式は成立するが，(4) 式や (5) 式は保証されない．しかし，側縁部が一意な閉ループを構成し，そのループ上での Face の向きづけが整合すれば，ループ内に仮想の Face を作ることができる (メビウスの輪の場合は向きづけが整合しない)．この場合は (4),(5) 式も成立する．

最後に Vertex の近傍について考える．一般に Vertex の近傍は図 4の左上のようになる．この場合，近傍微小球表面のグラフから，次式が導ける．

$$N_{\mathrm{end}} - N_{\mathrm{fan}} + (N_{\mathrm{corner}} - N_{\mathrm{a.disk}}) = 2N_{\mathrm{Vertex}} \qquad (6)$$

R-set 立体に関しては，図 4の中央上のように近傍微小球面上のグラフが 2 色に塗り分けられるという性質があるが，これは (4) 式から帰結できるもので Vertex 近傍に固有の制約があるものではない．多様体立体の場合には，図 3の右上のように，立体の内部と外部に対応する corner が 1 つずつ存在する．したがって，(6) 式に加えて，以下の制約が加わる．

$$N_{\mathrm{a.disk}} = 0$$
$$N_{\mathrm{in.corner}} = N_{\mathrm{out.corner}} = N_{\mathrm{Vertex}} \qquad (7)$$

図 4の下のように近傍微小球面上のグラフがきちんと定義できない場合には，(6) 式が成立しなくなる．左下は Face 上に Vertex が孤立している場合であるが，このときの Vertex と Face の隣接関係を fan とみなすと (6) 式が成立しなくなるので， fan ではなく別の隣接関係と考える方が適切である．このような状況は (7) 式とは矛盾せず，多様体立体や R-Set 立体においても生じうる．右下は Region 内に Vertex が孤立している場合であるが，この場合も Vertex と Region の隣接関係を corner と考えると，(6) 式が成立しなくなるので corner として扱うべきではない．

以上の議論から境界表現の位相モデルは次のように分類できる．

- Face に関する分類
  1. 向きづけ不能な Face を含む位相
  2. R-set 立体 (条件を満たせば閉じなくとも可)
  3. 多様体立体 (条件を満たせば閉じなくとも可)
- Edge に関する分類
  1. 懸垂 Edge を含まない位相
  2. 懸垂 Edge を含む位相
- Vertex に関する分類
  1. 孤立した Vertex を含まない位相
  2. Face 内孤立 Vertex を含む位相
  3. Region 内孤立 Vertex を含む位相

4 おわりに

本研究では境界表現モデルの位相を隣接位相要素 (近傍) の観点から分類した．今後は各位相モデル間の関係や変換アルゴリズムについて検討を加える予定である．

参考文献

[1] M. Mantyla: *An introduction to solid modeling*, Computer Science Press, 1988.

[2] K. Weiler: *Topological Structures for Geometric Modeling*, Ph.D. Thesis of R.P.I., 1986.

[3] 山口 泰 他: 非多様体位相の隣接関係の表現と操作，情報処理学会論文誌, Vol.32, No.6, pp.731, 1991.