

歯の補空間の位相構造による咬合のモデリング

5 T-3

佐藤秀幸¹, 品川嘉久¹, 國井利泰², 指宿真澄³

¹ 東京大学, ² 会津大学, ³ フィフティ リミテッド カンパニー

1 はじめに

咬合は歯と顎の形態と機能を表す概念であり、歯と顎で起こる現象の全てを表す広い概念である。情報科学の観点から見ると、咬合は複雑な形状を持った物体（上下の歯）同士の干渉と見ることが出来る。パス・プランニングの分野においては障害物中の移動パスの計算や衝突点の検出に関する研究はかなり行なわれている [2, 1]。しかし、複雑な曲面を持つ二つの物体同士の接触の仕方の分類などについては研究されていない。そこで、本研究では歯の干渉を例にとり、物体同士の接触を位相的に分類する方法を提案する。

歯科医療においても様々な面で計算機が使用されている [4]。咬合に関する研究も行なわれているが、計算機上で歯と顎の動きを正確に再現することに主眼があり、咬合のモデルは提案されていない [3]。

本研究では、2つの物体（この場合歯）の間にある空間（歯の補空間）中の、厚みがある値 δ 以下の領域（挽領域）に注目する。この挽領域の時間変化によってできる4次元物体の位相構造に注目するわけである。このモデルは、最近提案された、3次元物体の位相構造に基づいたモデル [5] に基づいている。つまり、3次元物体である挽領域を4次元物体の断面図と捉えることで、3次元物体の断面図と同様な考察を加えることが出来るのである。

2 咬合のモデル

3次元空間の中で上下の歯の占める領域を T_u, T_l とそれぞれおく。すると、歯の補空間 (Complementary space)

Modeling of Dental Articulation by the Topological Structure of the Complementary Space of Teeth

Hideyuki Sato¹, Yoshihisa Shinagawa¹, Toshiyasu L. Kunii², Masumi Ibusuki³

¹ The University of Tokyo, ² The University of Aizu, ³ Fifty Limited Company

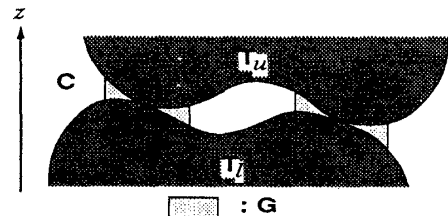


図1: 挽領域 (G) の上下の歯 (T_u, T_l) との関係 (断面図)

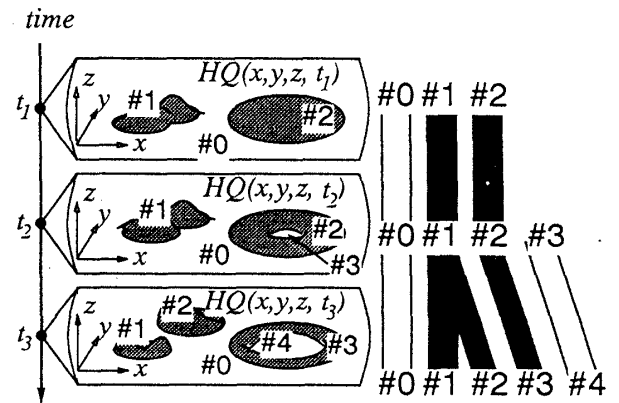


図2: 4次元物体の断面 (左) とその挽領域とそうでない部分のリープグラフ (右)。対応関係は番号で示した。

は $C = \overline{T_u \cup T_l}$ とおくことができる。挽領域 (Grinding area) は $G = \{C | \text{厚みが} \delta \text{ 以下}\}$ と定義できる。ここで、厚みをどう定義するかが問題になる。本研究では、その xy 平面が咬合面と一致するように、 C にデカルト座標系を導入し、点 $P(a, b, c) \in C$ の厚みとして、 $\{z | (a, b, z) \in C\}$ 中の z の最大値と最小値の差をとることにした。つまり、 z 方向の厚みを考えるのである (図1)。

G の時間変化によって出来る4次元物体を HG とおく。 HG 自身は4次元物体であり図を書くことは出来ないがその時間軸に垂直に切った断面は、挽領域であり、3次元物体である (図2)。ここで、この断面図中の連結部分を同一視して出来るグラフ (Reeb Graph) [5] を考える、このグラフが咬合の位相的な性質を表している。

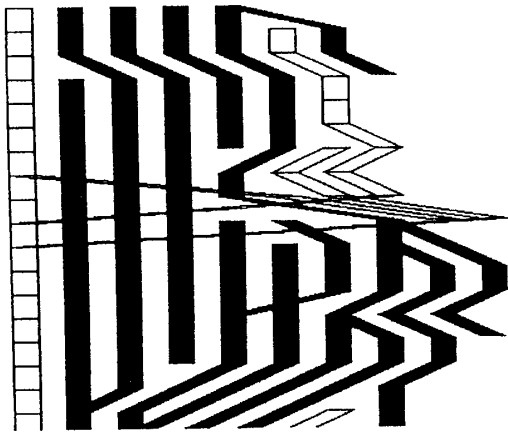


図 3: 人間の第一大臼歯での挽領域の変化の一部, 領域番号は省略, $\delta = 1.2mm$



図 4: 義歯の第一大臼歯での挽領域の変化の一部, 領域番号は省略, $\delta = 1.2mm$

3 実際の咬合への応用

実際の人間の第一大臼歯の擦り潰しの過程を近似してこのグラフを求めたのが、図 3 である。歯が中心咬合位からのずれが 0.8 ミリの位置からから 0.3 ミリの位置までを移動する過程での結果である。時間は上から下に行くように並べられている。この図から、挽領域が増加し、それが結合しながら減少していつていることが読みとれる。直観的には、新たな挽領域が出来ることは、物体をそこで押え、穴を空けることになり、挽領域の結合は、物体を切る、または、擦り潰すことと説明できる。

一方、義歯の第一大臼歯を使って求めたのが、図 4 である。こちらでは、中心咬合位からのずれが 1 ミリの位置から、中心咬合位まで動く場合の結果である。義歯では、人間の歯と比べると、明らかに領域変化が少ない。これは、擦り潰しがあまり発生していない、つまり、良く食べものを食べられないと考えられる。このように、挽領域変化により、擦り潰しの効率を説明できる。

この変化は、図 5 に示した 3 つの変化に分類できる。

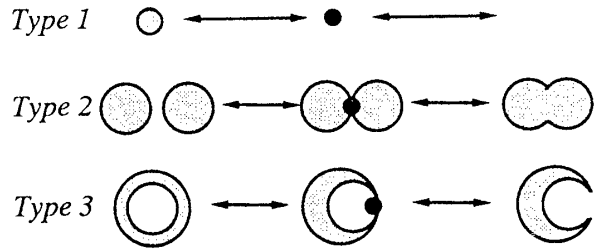


図 5: 挽領域の変化の 3 つのパターン

4 まとめ

咬合のモデルとして歯の補空間の挽領域を導入し、その位相構造の一つである、連結領域の変化に基づいたモデルを提案した。そして、挽領域変化の様子により、咬合のプロセスと咬合の効率を説明できる可能性を示した。正確な意味づけを行なうには、多くの例での実験が必要である。また、厚みは、単純に z 軸方向の厚みを考えたが、厚みとして、上下の歯の表面までの距離の和をとることも出来る。厚みの定義の仕方が、どのような位相構造の違いとなって表れるかは、これからの研究課題である。

参考文献

- [1] Boyse, J. W., "Interference Detection Among Solids and Surfaces." *Communications of the ACM*, vol. 22, Jan. 1979, pp. 3-9.
- [2] Lozano-Pérez, T. and M. A. Wesley, "An Algorithm for Planning Collision-Free Paths Among Polyhedral Obstacles." *Communications of the ACM*, vol. 22, Oct. 1979, pp. 560-570.
- [3] Okubo, Y., "The Development of Three-dimensional Analyzing System of Occlusal Tooth Contacts." *J Jpn Prosthodont Soc.*, vol. 36, no. 1, 1992, pp. 53-63, (In Japanese).
- [4] J. D. Preston, ed., *Computers in Clinical Dentistry*, (Houston, Texas), Quintessence books, Sept. 1991.
- [5] Shinagawa, Y., T. L. Kunii, and Y. L. Kergosien, "Surface Coding Based on Morth Theory." *IEEE Computer Graphics & Applications*, vol. 11, Sept. 1991, pp. 66-78.