5K－10

高速自動微分法の ロボット逆機構学問題への応用

A.M.R.イスティアニ、金子 俊一、本多 庸悟
東京農工大学工学部

1. はじめに

ロボットシミュレータなどにおいては（例えば、ロボットアームなどの）様々な構造を定義してその特性を解析することが必要となる。そこでは順機構学解析と逆機構学解析は最も基本的である。順問題における基本式は通常はロボットの構造定義から直接導出できる。一方、逆機構学の基本式は一般には導出は困難である。現在は、（1）順機構学基本式を用いた数値解析、（2）数式処理による解析、などが行われている[1]。

本研究では、関数の微係数を関数計算の手間の定数倍あるいは「変数の数」倍で計算可能で、かつ数値計算などに比較して計算誤差の少ない高速自動微分法を逆機構学解析に応用することを検討する。適用する機構は多関節型ロボットとする。

2. 逆問題解析について

ロボットの各関節の相対的な位置・姿勢はD-H表現により次のA行列で表すことができる[1]。

$$
{}^{i-1}_{\ \ i}A = \begin{bmatrix} C\theta_i & -C\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i S\theta_i & aC\theta_i \\ S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & S\alpha_i C\theta_i & aS\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)
$$

6関節をもつロボットの場合、手先の位置・姿勢をT行列とすると式(2)のようになる。

$$
{}^{0}_{6}T = {}^{0}_{1}A\,{}^{1}_{2}A\,{}^{2}_{3}A\,{}^{3}_{4}A\,{}^{4}_{5}A\,{}^{5}_{6}A
$$

$$
= \begin{bmatrix} nx & ox & ax & px \\ ny & oy & ay & py \\ nz & oz & az & pz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)
$$

ここで、px、py、pzは位置を表し、その他は姿勢を表す。ＲＰＹ（Roll Pitch Yaw）表現により三つの姿勢（ϕ、φ、ω）を次のように決める。

$$
\begin{aligned}
\phi &= \tan^{-1}(oz/az) \\
\varphi &= \tan^{-1}(ny/nx) \qquad (3) \\
\omega &= \tan^{-1}((nz * \sin\phi) / -oz)
\end{aligned}
$$

ロボットをある軌道に沿って運動させるとき、その位置・姿勢の微小変化はヤコビ行列で表すことができる[2]。その成分はpx、py、pzとϕ、φ、ωの各関節角度に関する偏微係数からなる。6関節のロボットの場合、位置・姿勢の微小変化は数式で表すと式（4）のようになる。ただし、dq_iは回転関節の場合$d\theta_i$に相当し、並進関節の場合dd_iに相当する。

$$
\begin{bmatrix} dpx \\ dpy \\ dpz \\ d\phi \\ d\varphi \\ d\omega \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} dq1 \\ dq2 \\ dq3 \\ dq4 \\ dq5 \\ dq6 \end{bmatrix} \quad (4)
$$

$$
\overrightarrow{dX_i} = J\ \overrightarrow{dq_i} \quad (5)
$$

$$
J = \{dX_i/dq_i\} \quad ,i = 1,2,\ldots,6 \quad j = 1,2,\ldots,6 \quad (6)
$$

逆問題は式（5）より次の式で解くことができる。

$$
\overrightarrow{dq_i} = J^{-1}\ \overrightarrow{dX_i} \quad (7)
$$

3. 高速自動微分法

An Application of Fast Automatic Differentiation for Inverse Kinematics Problem.
A.M.R.Istiani, Shunichi Kaneko, Tsunenori Honda.
Tokyo Univ. of Agriculture and Technology.

高速自動微分法（FAD）はいわゆる「分解可能関数」についてよく定式化されている[3][4]。式（1）のＡ行列の各成分は簡単な基本演算の組合せに分解可能であり、FADが適用可能である。例としてＡ行列の1行2列の計算グラフ[5]を作成すると図1のようになる。

```
*
L___sin
    L___theta
R___*
    L___cos
        L___alpha
    R___-1
```

図1. 計算グラフの例

図1 は2進木構造によって表現される。行列の積は各要素ごとにつぎの式（8）で求めることができる。

$$ {}^{k-2}_{\ k}A_{ii} = \sum_{m=1}^{4} {}^{k-2}_{k-1}A_{im} \times {}^{k-1}_{\ k}A_{mi} \qquad (8) $$

これより、ロボットの手先の位置・姿勢を表すＴ行列の各要素は、各Ａ行列の要素に対応する計算グラフを積と和に対応するノードで結合したグラフとすることが分かる。さらに、姿勢角（式(3)）も同様に計算グラフで表現できる。

4. 高速自動微分法の適用

FADは二つの基本算法ＢＵ（Bottom-up）算法とＴＤ（Top-down）算法からなる[3]。ここでは、ＢＵ算法を利用してヤコビ行列を求める。

次に順問題解析におけるヤコビ行列の、ＢＵ算法に基づくアルゴリズムを述べる。ここで、Gf:手先の位置・姿勢変数（f=1, 2, . . . , 6はpx, py, pz, ϕ, ϕ, ωを示す）に対応する個別の計算グラフ、Vx:関節変数qjに対応するノード集合、Vk:定数に対応するノード集合、Ｓ（i）：任意のノードiに定義される偏微係数、H:部分計算グラフ[2]、d(e):計算グラフの任意の枝eが入射するノードのもう一方の枝に対応する要素的偏微係数、である。

1)f←1 (=px), 2)G←Gf.

3)Gのすべてのノードv∈Vxに対して,
S(v)←0, i←1.

4)S(qj)←1. H←(Vx U Vk, ϕ).

5)Hのノード集合から直接入射できる任意のノードvに関して、S(v)←Σ' S(∂⁺e).d(e)
（ただし、総和Σ' は、始点が関節変数か中間変数であり、ノードvに入射する枝eのすべて（F'）に対してとられる）。
H←H+ ({v}, F').

6)vがrootであれば、i←i+1, 7)へ. さもなければ, 5)へ.

7)i==7であれば、f←f+1. 8)へ. さもなければ, 4)へ.

8)f==7であれば,終了.さもなければ, 2)へ.

5. おわりに

高速自動微分法を逆機構学問題解析に応用した。今後の課題として増分形式の式(7)を用いて、軌道上を移動させるための数値計算手法を検討する予定である。

6. 参考文献

1）フー他著、本多、遠山、古屋、金子訳：ロボティクス、日刊工業新聞社（1989）
2）Richard P. Paul、吉川恒夫訳：ロボットマニピュレータ、コロナ社、（1984）
3）久保田光一、伊理正夫：高速自動微分法の定式化と計算複雑度の解析、情報処理学会論文誌、vol. 29、No. 6、pp. 551-560（1988）
4）岩田憲和、伊理正夫：多変数の勾配の計算方法、情報処理学会数値解析研究会資料、7-1、pp. 1-9（1983）
5）Rall、L. B：Automatic Differentiation - Techniques and Application, Lecture Notes of Computer Science, Vol. 120, Springer-Verlag, Berlin, （1981）