

衛星軌道の標定要素の効率的算出法

5K-5

星 仰 · 村山 典之
茨城大学

1 はじめに

人工衛星は、打ち上げ前に計画軌道平面・速度・高度などが設定されよう。しかし、実際この計画軌道周辺を微小変動し、自らも姿勢を変化させながら周回しているのが現実であろう。このため衛星より画像データを得たとき、この姿勢情報（標定要素）が判明するならば、画像データの幾何補正も可能となる。もし、姿勢情報が得られないならば地図などの座標系に画像データの座標を一致させるよう、位置合わせ法が適用される。ここでは、前者の方法で幾何補正することを前提として研究を進める。衛星軌道が計画軌道から微小変化する量をここでは標定要素とし、記号では3軸の平行移動量を db_x, db_y, db_z で表す。3軸の回転量を $d\phi, d\omega, d\kappa$ とする。このときの ϕ, ω, κ はそれぞれピッチング、ローリング、ヨーイングとよばれている。本研究では、これらの基礎研究として衛星軌道の近似法を検討すると共に、衛星が時系列的に3次元空間で変動する要素（平行移動量と3軸の回転量）を算出する方法について述べる。

2 計画軌道平面および実軌道の幾何モデル

赤道面座標系の実軌道データより計画軌道平面（図1）を以下のような式で表せる^[1]。

$$ax + by + cz + 1 = 0 \quad (1)$$

このとき最小二乗法により係数 a, b, c の近似した値が求まる。また、赤道面座標系における任意の時間 t の衛星の位置は、34次の多項式で表せることが発表されてるが^[2]、これでは次数が多く時系列データを任意の時刻で表現するには適切でない、そこで、より低次元なものにするために計画軌道からの衛星のズ

レ量で衛星の位置を表すことにする。これには軌道座標系（図2）を用いる。

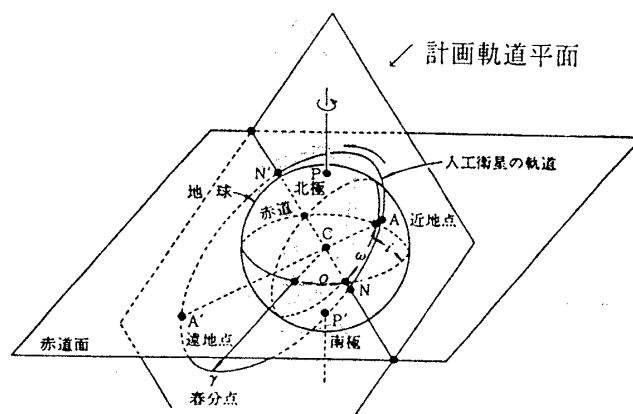


図1. 衛星軌道と計画軌道平面

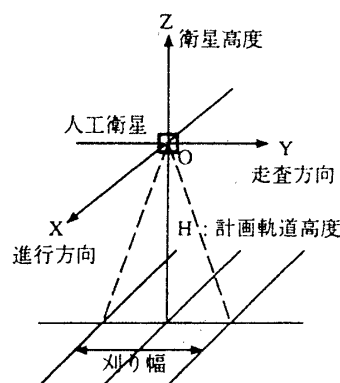


図2. 軌道座標系

3 計画軌道からの衛星のズレ量

計画軌道からのズレ量を任意の時間関数 $f(t)$ として、軌道座標系においてその座標を表すことができる。その際の近似関数として以下の n 次多項式を用いる。

$$f(t) = f_0 + f_1t + f_2t^2 + \dots + f_nt^n \quad (2)$$

ここで、 $f(t) \equiv x, f(t) \equiv y, f(t) \equiv z$ のそれぞれの場合において最小二乗法により各係数 $f_0 \sim f_n$ を求める。これにより、任意の時刻 t での衛星のズレ量が求まる。許容誤差範囲に近似値を収めるために、実験データを用

Effective estimation of orientation elements for a satellite orbit.
Takashi Hoshi, Noriyuki Murayama
Ibaraki University

いてシュミレーションしたところ、 $n=17$ 以上が必要であることが明らかとなったので、本研究では $n=17$ を採用する。

4 回転要素 ϕ (ピッチング)の算出

上記の高度方向(z軸方向)の近似式

$$z = f_z(t) = f_0 + f_1 t + f_2 t^2 + \dots + f_{17} t^{17} \quad (3)$$

を微分すると ϕ の算出ができるが、次数が17次で多過ぎること、横軸が時間であるためにその位置での衛星の速度で割らなければならないなどの問題が生じる。

そこで、軌道座標系でのx-z平面における衛星軌道をLagrange、Splineの補間関数を用いて区間的に表現し、その関数を微分することで ϕ の値を算出する。

ここで、 ϕ の基準値としては、実軌道でデータを結んだ直線の勾配とする。

4.1 Lagrange 補間

与えられた $n+1$ 個の軌道座標系でのx-z平面における実軌道データの値を、

$$(x_i, z_i) \quad (i = 0 \sim n)$$

とするときこれらの点を通る n 次多項式を求める。

次数の変化による近似値を調べるために $n=3,5,7,9$ の場合についてのLagrange補間関数を算出して検討した。この場合、 ϕ の基準値とLagrange補間関数から得られた値との差の最大値は図3のようになる。

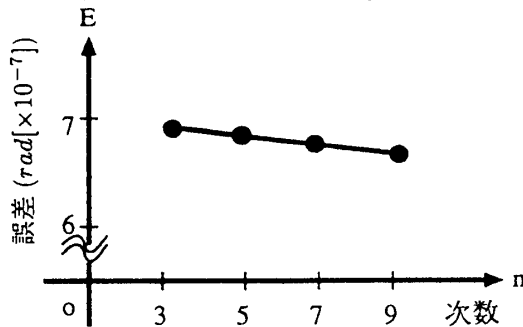


図3. 誤差の最大値(Lagrange)

4.2 Spline 補間

与えられた点を通り、かつ1階・2階の微係数とその点で一致するようにしたものがSpline補間である。ここでは最もよく使用されている3次Splineを用いる。この結果をまとめると、各区間 (x_i, x_{i+1}) での3次多項式 $f_i(x)$ を微分して得られた ϕ の値と基準値との差は、図4の実線のようになる。

この図からもわかるように両端の $f_i(x)$ で誤差が大きくなる。このためデータの両端に4点の仮想点をつくりSpline補間すると基準値との差を小さくすることができる。この結果を図4の破線で示す。

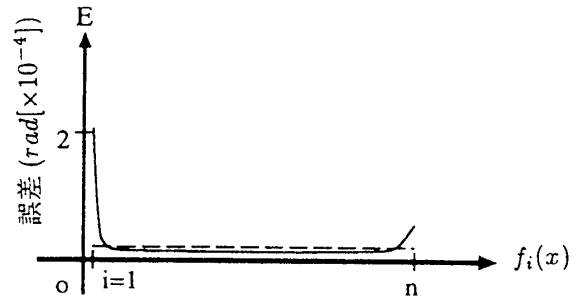


図4. 基準値との差(Spline)

4.3 考察

以上のようにLagrange補間では、3,5,7,9次ともに許容誤差の範囲に収まる。また、Spline補間ではデータの各点における ϕ の値は関数を導く過程において計算できるという利点もあるが、仮想点を用いないと両端での誤差が大きくなってしまったり、Lagrange補間に比べ計算時間が長くなってしまったりなどの欠点がある。よって、 ϕ の算出にはLagrange補間関数の3次式を用いるのが効率的といえよう。

5 おわりに

本研究では、標定要素である ϕ の値に着目し、その値をいかに効率的に求めるかについて詳述した。結果として3次Lagrange補間関数を用いるのがSpline補間関数を用いるより効率的となった。今後、この3次Lagrange補間関数を用い衛星の他の回転要素である ω, κ の値を求め、全標定要素、 $db_x, db_y, db_z, d\phi, dw, d\kappa$ の値を任意の時間関数として表す予定である。

参考文献

- [1] 星 仰、加藤 哲也：“軌道衛星の計画軌道平面と実軌道の算出モデル”、情報処理学会第46回(平成5年度前期)全国大会、pp.2-141~2-142.
- [2] 星 仰、加藤 哲也：“軌道衛星の軌道幾何モデルとその応用”、日本写真測量学会平成5年度秋期学術講演会発表論文集、G-6, pp.145~148, 1992.