5K－4

# パソコンを用いた渦電流を考慮した汎用軸対称3次元交流磁界解析シミュレーションソフトウェアPANAMFP3

藤崎利孝
松下電器　情報システム研究所

## 1．はじめに

有限要素法により、パソコン上で、渦電流を含む軸対称3次元場において、交流磁界解析シミュレーションソフトウェアーを開発し、PANAMF3と名づけた。本論文では、主に軸対称3次元場における三角形要素での有限要素法の定式化、交流電流密度のモデル化、およびアルゴリズムの展開、印加正弦波交流電流密度に対する時系列応答磁界強度について述べる。

## 2．有限要素法による定式化

渦電流を含む時間依存場における軸対称3次元磁界解析の基礎式は、磁気ベクトルポテンシャルを$A_\theta$，電流密度を$J_o$，磁性体の磁気抵抗を$\nu$，導電率を6とすると

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[\nu_z\frac{1}{r}\left\{\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta)\right\}\right]+\frac{\partial}{\partial Z}\left(\nu_r\frac{\partial A_\theta}{\partial Z}\right)=-Jo+\sigma\frac{\partial A}{\partial t}+\sigma\,\mathrm{grad}\,\phi \quad\cdots\cdots\cdots(1)$$

と表される。ここで$\mathrm{grad}\,\phi=\partial\phi/\partial Z$が零の場合を取り扱うと、$A_R$法で$A_R=rA_\theta$とすると、軸対称で$\sigma=r\sigma$だから

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\nu_z}{r}\frac{\partial A_R}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\nu_r}{r}\frac{\partial A_R}{\partial z}\right)=-Jo+\sigma\frac{\partial A_R}{\partial t}\quad\cdots\cdots\cdots(2)$$

となる。三角形要素eにおける汎関数$\chi^{(e)}$は

$$\chi^{(e)}=\frac{1}{2}\iint_{s(e)}\left\{\nu_z\left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_R}{\partial r}\right)^2+\nu_r\left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_R}{\partial Z}\right)^2\right\}2\pi r\,drdz$$

$$-\iint_{s(e)}J_oA_R2\pi\,drdz+\sigma\iint_{s(e)}\left\{\int_o^A\frac{\partial A_R}{\partial t}dA_R\right\}2\pi\,drdz\quad\cdots\cdots\cdots(3)$$

と導かれる。上式を節点iにおける$A_R$磁気ベクトルポテンシャル$A_{Rie}$で偏微分すれば

$$\frac{\partial\chi^{(e)}}{\partial A_{Rie}}=2\pi\left[\frac{1}{4\triangle^{(e)2}}\sum_{i=1}^{3}(\nu_zC_{ie}C_{je}+\nu_rd_{ie}d_{je})A_{Rje}\iint_{s(e)}\frac{1}{r}drdz\right.$$

$$\left.-J_o\iint_{s(e)}N_{ie}drdz+\sigma\frac{\partial}{\partial t}\iint_{s(e)}\sum_{j=1}^{3}N_{ie}N_{je}A_{Rje}drdz\right]\cdots\cdots(4)$$

となる。従って、$r_o^{(e)}$を$r_o^{(e)}=(r_{1e}+r_{2e}+r_{3e})/3$として、

$$\frac{\partial\chi^{(e)}}{\partial A_{Rie}}=2\pi\left[\frac{1}{4\triangle^{(e)}}\sum_{j=1}^{3}\left(\frac{\nu_z}{r_o^{(e)}}C_{ie}C_{je}+\frac{\nu_r}{r_o^{(e)}}d_{ie}d_{je}\right)A_{Rje}\right.$$

$$\left.-\frac{J_o\triangle^{(e)}}{3}+\sigma\frac{\partial}{\partial t}\sum_{j=1}^{3}\begin{Bmatrix}\dfrac{\triangle^{(e)}}{6}\ (i=j)\\ \dfrac{\triangle^{(e)}}{12}\ (i\neq j)\end{Bmatrix}A_{Rje}\right]\cdots\cdots\cdots(5)$$

## 3．複素交流電流密度のモデル化およびアルゴリズムの展開

電流密度$J_o$を実数部、虚数部が周囲境界値が同じ寄与をする様に、実数部と虚数部が同じ値である様に

The Simulation Software of AC 3-dimmensional Axis-Symmetric Magnetic Field Analysis in Consi-deration of Eddy Current, PANAMFP3
Toshitaka Fujisaki Matsushita Electric Ind, Co,Ltd. Information System Labs

$J_o = (J_o/\sqrt{2} + jJ_o/\sqrt{2})\,e^{j\omega t}$とモデル化し、$A_R$を$A_R = (A_{RR} + jA_{RI})\,e^{j\omega t}$とし、

(5)式から次の実数部連立一次方程式(6)および虚数部連立一次方程式(7)を得る。

なお、均質媒質として$\nu_r = \nu_z = \nu$とした。

$$\sum_e \left\{ \frac{\nu}{4\triangle^{(e)} r_o^{(e)}} \begin{bmatrix} C_{ie}C_{ie}+d_{ie}d_{ie} & C_{ie}C_{je}+d_{ie}d_{je} & C_{ie}C_{ke}+d_{ie}d_{ke} \\ C_{je}C_{ie}+d_{je}d_{ie} & C_{je}C_{je}+d_{je}d_{je} & C_{je}C_{ke}+d_{je}d_{ke} \\ C_{ke}C_{ie}+d_{ke}d_{ie} & C_{ke}C_{je}+d_{ke}d_{je} & C_{ke}C_{ke}+d_{ke}d_{ke} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{RRi} \\ A_{RRj} \\ A_{RRk} \end{bmatrix} - \frac{J_o\triangle^{(e)}}{3\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \omega\sigma\triangle^{(e)} \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{12} & \frac{1}{6} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{RIi} \\ A_{RIj} \\ A_{RIk} \end{bmatrix} \right\} = 0 \cdots\cdots\cdots (6)$$

$$\sum_e \left\{ \frac{\nu}{4\triangle^{(e)} r_o^{(e)}} \begin{bmatrix} C_{ie}C_{ie}+d_{ie}d_{ie} & C_{ie}C_{je}+d_{ie}d_{je} & C_{ie}C_{ke}+d_{ie}d_{ke} \\ C_{je}C_{ie}+d_{je}d_{ie} & C_{je}C_{je}+d_{je}d_{je} & C_{je}C_{ke}+d_{je}d_{ke} \\ C_{ke}C_{ie}+d_{ke}d_{ie} & C_{ke}C_{je}+d_{ke}d_{je} & C_{ke}C_{ke}+d_{ke}d_{ke} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{RIi} \\ A_{RIj} \\ A_{RIk} \end{bmatrix} - \frac{J_o\triangle^{(e)}}{3\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \omega\sigma\triangle^{(e)} \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{12} & \frac{1}{6} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{RRi} \\ A_{RRj} \\ A_{RRk} \end{bmatrix} \right\} = 0 \cdots\cdots\cdots (7)$$

(6), (7)の連立一次方程式を(6)では$A_{RI}$を(7)では$A_{RR}$を繰返し初期値化して、（一方繰返初期値化法）、ガウスザイデル法によって解き、$A_{RR}$および$A_{RI}$を各節点で得る。得た$A_{RR}$, $A_{RI}$から隣接接点勾配法によって各節点の磁気強度を得る。

## 4. 解の一意性について

今、交流理論において、交流電圧，交流電流を複素数で表わし、本論文の電流密度のモデル化と同等に電圧を$(E/\sqrt{2} + jE/\sqrt{2})\,e^{j\omega t}$，電流を$(I_R + jI_I)\,e^{j(\omega t+\theta)}$と表すと、

$(E/\sqrt{2} + jE/\sqrt{2})\,e^{j\omega t} = R\,(I_R + jI_I)\,e^{j(\omega t+\theta)} + jwL\,(I_R + I_I)\,e^{j(\omega t+\theta)}$を

$I_R/I_I = k$とおいて、実数部方程式、虚数部方程式を解き、

$I = \sqrt{I_R^2 + I_I^2}$とすると、$I = E/\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$となり、本論文の解の一意性が証明される。

## 5. むすび

3の項で述べた手法により、パソコン上で、渦電流を考慮した汎用軸対称3次元交流磁界解析シミュレーションソフトウェアPANAMF3を開発した。交流の正弦波の、例えば$0+2\pi i$, $\frac{\pi}{4}+2\pi i$, $\frac{\pi}{2}+2\pi i$, $\frac{3}{4}\pi+2\pi i$, $\pi+2\pi i$, $\frac{5}{4}\pi+2\pi i$, $\frac{3}{2}\pi+2\pi i$, $\frac{7}{4}\pi+2\pi i$, $(i=0, 1, \cdots\cdots)$の各点において、磁気強度が得られ、ポストプロセッサによって任意の形状について、概観図と磁気強度線を表示する。

参考文献［1］中田　他　電気工学の有限要素法　　［2］小貫　他　電気系有限要素法