

数式とグラフの相互作用を可能にした数学理解支援システムの研究

2L-1

齊藤洋美\* 永田守男\* 国府方久史\*\*  
 \*慶應義塾大学理工学部 \*\*慶應義塾女子高等学校

1. はじめに

数学には、数式という記号的な要素と、図やグラフというイメージ的な要素とがある。これらの関係が明らかになった時、数学が理解できたといえるが[1]、実際の教育は主に数式によって進められ、図やグラフによる意味づけが不足している。このため、数学に苦手意識を持つ生徒が多くなっている。一方、近年では数学教育にコンピュータを取り入れようという積極的な動きが見られ、使用するソフトウェアに関心が向けられている[2]。既存の数式処理システムにグラフを表示できるものもあるが、これも数式からグラフへの一方向の機能のみであって、数学の理解を支援するのに十分ではない。

本研究では、数学の理解を支援するために、数式処理とグラフ操作の相互作用を可能にしたシステムを提案し[3]、高校数学の「関数」の分野を取り上げた試作システムと、これを用いて行なった実験結果について報告する。

2. 数式処理とグラフ操作の相互作用を可能にしたシステム

このシステムは教育目的に用いるだけでなく、数式処理システムとしても提案していく考えから、システムの機能を「基本機能」「数学教材用機能」の二つに大別した。

2.1 基本機能

数式処理とグラフ操作の相互作用を実現する。

(1) 数式→グラフ

: 数式と x 軸の範囲を入力してグラフを描く。

(2) グラフ→数式 (新規)

: プロットされた複数点に n 次適合を用いて近似したグラフから数式を導く。

(3) グラフ→数式 (変更)

: 既存のグラフを移動 (平行移動 (図1)・Y=X 対称移動・X軸対称移動・Y軸対称移動) あるいは拡大縮小したグラフから数式を導く。

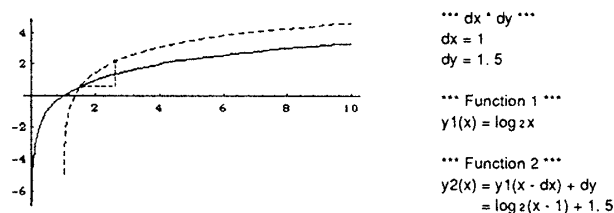


図1 平行移動の実行例

2.2 数学教材用機能

教科書の各単元に対応した教育支援を行なう。

(1) 単位円と三角関数 (図2)

(2) 二次関数のグラフ

(3) 指数関数のグラフ

(4) 対数関数のグラフ

これらはすべてアニメーションとして見ることができ、キーボードやマウスを用いて、止めたり、コマずつ自分で送ったりすることもできる。特に教科書学習で不足しがちなイメージの定着に重点を置いている。

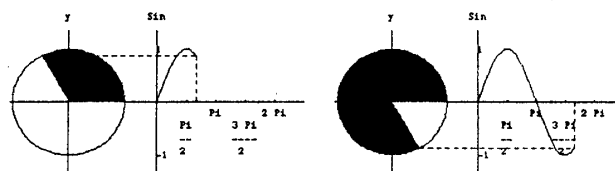


図2 単位円と三角関数の実行例

3. システムの実現方法

各機能は Mathematica Ver. 2.2 (Macintosh 版) のプログラミング機能を用いて作成した。基本機能は Mathematica 内のユーザ定義関数として定義し、

An algebraic system that symbolic expressions can interact with graphical representations for understanding mathematics  
 Hiromi SAITO, Morio NAGATA, Hisashi KOKUFUGATA  
 Faculty of science and technology, KEIO Univ.  
 \*\*KEIO Girls High school

パッケージとして保存している。数学教材用機能は、アニメーション作成用のグラフィックスセルを集めたファイルとして保存している。インタフェース部分は THINK C [7] と ResEdit を用いて作成した。

#### 4. 実験

##### 4.1 実験方法

被験者（高校3年生8名）は指数関数・対数関数の各分野の一方を教科書で、もう一方を試作システムで学習し、それぞれの分野の学習後にテストを受ける。実験では、このテスト結果を比較する。

##### 4.2 実験結果

テスト結果に出来、不出来の差がはっきりと表れるまでには至らなかったが、いくつかの興味深い傾向を見ることができた。これに関する一部の実験結果を示す。

教科書	3 / 11	5 / 11	5 / 11	10 / 11
システム	8 / 11	9 / 11	11 / 11	11 / 11

表1 対数関数の性質に関する穴埋め問題の正解率（正解数 / 問題数）

	積→和	除→差
教科書	0 / 4	0 / 4
システム	2 / 4	2 / 4

表2 対数の公式を用いて式変形ができた割合（式変形ができた被験者数 / 被験者数）

教科書	システム
0	0.56

表3 おおよその形や位置が正しい答えの割合（不正解な答えの数を1とした場合）

##### 4.3 実験結果から見られる傾向

より難しいとされる対数関数の分野において、試作システムで学習した被験者の方が、対数関数のグラフの性質をよりしっかりと理解できていることが確認された（表1）。また、試作システムで学習した被験者だけが、対数の公式を用いて正しく式変形ができていることも確認された（表2）。さらに、グラフを描かせる問題の答えのうち、不正解なもの

に着目してみると、正確には間違っているがおおよその形や位置は正しいという答えが、試作システムで学習した被験者の方にだけ見られた（表3）。

#### 5. 評価

実験結果より、試作システムは、グラフのイメージをより早く定着させることができ、さらにグラフの性質や公式などの基本事項の定着にも有効に活用できそうだと見える。被験者の方々から頂いた御意見を以下にまとめる。

教科書よりもコンピュータで実際に操作しながら勉強する方が楽しく、興味が持てる。動かすことにより、教科書でただ図を眺めているよりもずっとよくイメージが分かる。しかし、学習する分野の知識が何もない状態でこのシステムだけを使い、すべてを理解するのは難しい。やはり最初は授業と教科書という従来の形式で習い、その復習、あるいは理解しきれなかった部分の補足に使用するのが最も有効である。またコンピュータの操作につまずいた場合、数学とコンピュータの二重苦になってしまうので、できるだけ操作の簡単なものが望ましい。

#### 6. 結論

以上より、数式処理とグラフ操作の相互作用を可能にしたシステムは、数学の理解を支援する上で有効に活用できると考えられる。試作システムにはまだ課題が残されているが、将来、数式処理システムや数学教育支援ツールとして広く活用されていくことが期待される。

#### 謝辞

本研究の被験者として協力して下さった慶応義塾女子高等学校の皆様にご心から感謝致します。

#### 参考文献

- [1] 佐伯胖：コンピュータと教育，岩波新書，1986
- [2] 竹谷勝・吉村啓 編：数学教育とコンピュータ - 教育用ソフト検討の視点 - ，数学教育，臨時増刊 No.396，明治図書，1991
- [3] Hiromi SAITO and Morio NAGATA：An Algebraic System that Symbolic Expressions can Interact with Graphical Representations for Understanding Mathematics, Salvendy, G. and Smith, M.J. (Eds), Human-Computer Interaction (Software and Hardware Interfaces), Elsevier Science Pub., 1993, pp. 267-272