

# 不確実な知識を用いた推論のモデル化と推論法について

鈴木 誠<sup>†</sup> 松嶋 敏泰<sup>†</sup> 平澤 茂一<sup>†</sup>

人工知能 (AI) における不確実性を含む推論の分野では、1980 年代に Belief Network (BN) が Pearl によって提案され、不確実性を含む推論の基礎理論として脚光を浴びるようになった。BN は人間にとって直感的に理解しやすい知識表現機能を備えており、不確実性を含む推論に携わる AI 研究者の間で現在も活発に研究がなされている。しかし、BN をはじめとする従来手法は「なぜ不確実性が生じるのか」、「どのような不確実性を扱っているのか」などの不確実性の発生メカニズムやその種類が明確にされないまま推論方法が論じられているため、求められた推論結果の意味が明確でなかった。そこで本稿では、不確実性を含む推論の問題を多変量データ解析や情報理論的な視点から考察し、従来の手法を一般化した数理モデルと推論法を提案する。さらに、従来から多くの診断・予測型 ES が扱ってきた不確実性を含む推論の問題が、一種の制約条件付き最適化問題としての性質を備えていることを明らかにする。

## On a Reasoning Model and Method for Uncertainty

MAKOTO SUZUKI,<sup>†</sup> TOSHIYASU MATSUSHIMA<sup>†</sup>  
and SHIGEICHI HIRASAWA<sup>†</sup>

In the field of Artificial Intelligence (AI), the framework of belief networks (BN) was proposed by J. Pearl in the 1980s. BN has become popular within the probability and uncertainty community of AI. The knowledge representation of BN facilitates intuitive understanding of knowledge. However, in the Pearl's BN framework, reasoning methods are discussed without clarifying the underlying mathematical models such as "Why does uncertainty emerge?" and "What uncertainty does BN deal with?". Accordingly, the meaning of the results using their methods is not clear. In this paper, we will propose a new reasoning method which are more general than the previous methods. Moreover, we will show that the subject of deductive reasoning with uncertainty is a calculation of conditional probabilities.

### 1. はじめに

人工知能 (AI) における不確実性を含む推論の分野では、1980 年代に Belief Network が Pearl によって提案され、不確実性を含む推論の基礎理論として脚光を浴びるようになった<sup>12),13)</sup>。Belief Network は、多くの研究者によって様々な提案がなされ、現在では Bayesian Network, Probabilistic Causal Network など様々な名称で呼ばれている。本稿では、これらを総称して Belief Network (BN) と呼ぶこととする。特に、Pearl によって提案されたオリジナルの BN<sup>12)</sup> を他の BN と区別する場合は、Pearl の BN と呼ぶ。BN とは、命題をノード、命題間の確率的依存関係 (独立・条件付き独立など) をアークで表現した有向非循環グラフを用いて、確率的な推論を実現する手法である。

BN は人間にとって直感的に理解しやすい知識表現機能を備えており、多くの診断・予測型 Expert System (ES) の基礎理論として利用され現在も活発に研究がなされている。特に Pearl の BN は、症状と原因のような事象間の因果関係に関する不確実性を含む知識を条件付き確率で与え、それらの事象間の関係を BN で表現し有効な推論法を提案している。

これに対し Lauritzen らは、統計学の分野で脚光を浴びている Graphical Modeling<sup>9),11)</sup> をベースにアプローチしている。Lauritzen らは、Pearl の研究においてあらかじめ与えられている条件付き確率が様々な形式に変換可能であることを利用して事象間の関係を結合確率を用いた無向グラフに落とし込み、結合確率を利用した有効な推論法を提案している<sup>8)</sup>。

これらの従来研究は、観測事実に不確実性が含まれない場合の推論を主に論じており、観測事実に不確実性が含まれる場合の推論に関しては十分に考察していなかった。Heckerman らは、自動車や複写機の故障

<sup>†</sup> 早稲田大学理工学部  
School of Science and Engineering, Waseda University

診断を例にとり、観測事実に不確実性が含まれる場合の推論法を決定理論に基づいて論じているが、観測事実に不確実性が混入する数理モデルやその場合の推論方法に関しては定式化が不十分である<sup>4)</sup>。さらに従来手法の多くは、扱っている不確実性の種類に関して、ドメイン全体に対する不確実性と個体に対する不確実性を明確に区別していないため、実質的には命題論理しか扱えない論理体系となっている。

一方、Matsushimaらは論理学をベースとした不確実性を含む推論の問題を情報理論的に考察可能とする基礎理論として、確率世界論理(PWL: Probabilistic World Logic)を提案した<sup>10)</sup>。PWLは、論理学における古典論理上の解釈のパターンを確率変数と見なすことにより第一階述語論理に確率構造を導入し、不確実性を含む推論に対し明確な数理モデルを与えている。また、我々はPWLに基づいて確信度区間推論方式を提案した<sup>17)</sup>。これはBNに類似した条件付き独立の仮定のもとで統計学の区間推定の理論を演繹推論にまで拡張し、確信度を上限・下限確信度の区間で表現し、その推論結果の信頼性を保証している。しかし、その成果はいくつかの単純な推論規則に限られていた。さらに、佐藤らは離散多変量データ解析の理論に着目し多くの離散的事象が相互に確率的依存関係を持つ場合の具体的な推論法について論じている<sup>14)</sup>。しかし、そのモデル化や定式化が不十分であったため、得られた推論結果の意味が明確でなかった。

そこで本稿では、BNが扱っている不確実性を含む推論の問題を、統計学と情報理論とPWLの見地から定式化し、観測事実に不確実性が含まれる場合にも有用であり従来手法より一般的な演繹推論アルゴリズムを提案することを目的とする。

上記の目的を達成するため、以下の手順で論ずる。第1に、診断・予測型のESが扱ってきた不確実性を含む推論の問題を、不確実性が生じるメカニズムから考察し、モデル化する。第2に、上記の問題を統計学と情報理論に基づき定式化する。第3に、ユーザからある個体についての観測事実と質問が与えられた場合に、質問の論理式の確信度を計算するための演繹推論法を提案する。最後に4章において、提案方式の有効性について考察する。

上記の方法により、以下の結果を導く。第1に、従来の診断・予測型ESにおいては区別されずに扱われてきた不確実性を、(1)ドメイン全体に対するものと、(2)特定の個体に対するものの2つに分類し、数理的な定式化を行う。第2に、上記の定式化のもとで、観測事実に不確実性が含まれる場合にも有用な演繹推論

アルゴリズムを提案する。第3に、従来から多くの診断・予測型ESで行われてきた不確実性を含む演繹推論が一種の制約条件付き最適化問題としての性質を備えていることを示す。さらに、多変量データ解析の分野で分割表における最尤推定量を求めるために用いられてきたISPが単なる最尤推定量を求めるためのアルゴリズムではなく、目標関数が凸性を持っている場合の条件付き最適化問題における最適化アルゴリズムとして利用できることを明らかにする。

## 2. 準備

### 2.1 用語の定義

定義1: ドメインと確率空間

推論の対象となる有限個の個体を  $\omega_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) で表記し、その集合である標本空間  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$  をドメインと定義する。さらに、 $\Omega$  の部分集合の  $\sigma$  集合体とその上の確率測度  $P$  を定義することにより確率空間を構成する。□

以降では、 $\Omega$  中のある特定の個体を表現したい場合は  $\omega_c$  ( $c \in \{1, 2, \dots, n\}$ ) と表記する。

定義2: 基本式と属性

述語論理において、個体  $\omega_j$  と1項述語  $A_i(\cdot)$  を用いた論理式  $A_i(\omega_j)$  を基本式と定義する。また、基本式  $A_i(\omega_j)$  の述語部分のみを属性  $A_i$  と定義する。さらに、対象とする  $k$  個の属性の集合を  $\mathcal{A} = \{A_1, A_2, \dots, A_k\}$  とする。□

定義3: 論理式の真理値と確率変数

1つの基本式  $A_i(\omega_j)$ 、または複数の基本式  $A_i(\omega_j)$  を結合子で結んだ式を論理式  $W(\omega_j)$  と定義する。また、論理式  $W(\omega_j)$  の真理値  $T(W(\omega_j))$  を式(1)で定義する。

$$T(W(\omega_j)) = \begin{cases} 1, & W(\omega_j) \text{ が真のとき} \\ 0, & W(\omega_j) \text{ が偽のとき} \end{cases} \quad (1)$$

すなわち、論理式  $W$  の真理値  $T(W(\omega_j))$  は  $\Omega$  から  $\{1, 0\}$  への写像、すなわち確率変数である。□

定義4: 論理式の確信度

ドメイン  $\Omega$  上の確率測度  $P$  による期待値を論理式  $W$  の確信度と定義する。□

以降では記述を簡単にするため、基本式  $A_i(\omega_j)$  の真理値  $T(A_i(\omega_j))$  を単に確率変数  $X_i$  と表記する<sup>10)</sup>。

ここで、 $i = 1, 2, \dots, k$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$  である。また、結合子とは否定、論理積、論理和、含意を意味する。

以降では、確率変数  $X_i$  の実現値は小文字  $x_i$  と表記し両者を区別する。すなわち、 $X_i = x_i$  ( $x_i \in \{1, 0\}$ ) である。

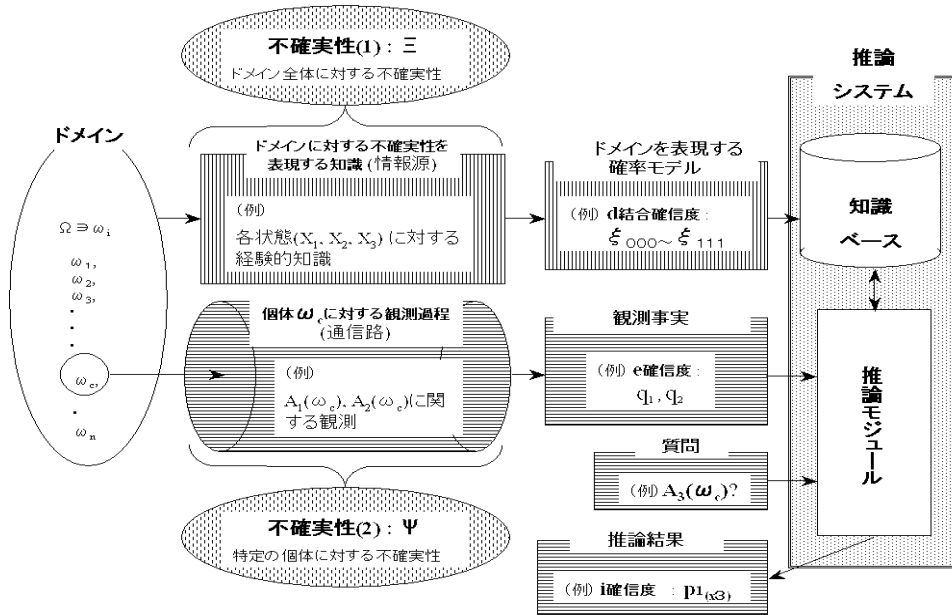


図 1 不確実性が生じるメカニズムと推論システムの構成  
 Fig. 1 Mechanism of how uncertainty emerges and system configuration.

2.2 不確実性を含む演繹推論

古典論理においては演繹推論法に対して健全性が重要な性質とされてきた。一方、AI の分野では、古くから医療診断や故障診断をはじめとして不確実性をともなう診断・予測型の ES が開発されてきた<sup>15)</sup>。近年では、センサ・フュージョンと呼ばれる不確実性を含むデータの統合を行う ES もさかんに開発されてきている<sup>1)</sup>。これらの ES では、不確実性を含んだ推論を扱っているため、古典論理の論理的帰結である論理式だけではなく、誤りを許してもさらに多くの論理式を導出する必要がある。したがって、従来の健全性では評価基準として不十分であることが一般的に認められるようになった。

そこで、PWL では不確実性を含む演繹推論を  $P(W = true | \Theta, C)$  を求める問題として定式化している。ここで、 $W$  は論理式を、 $\Theta$  は公理もしくは対象とする世界を規定しているパラメータを、 $C$  は現在得られている情報を意味している。すなわち、対象世界を規定している確率モデルのもとで、何らかの情報が得られたときに、論理式が真となる条件付き確率(または事後確率)を求める問題である<sup>10)</sup>。本稿においても、PWL にない“不確実性を含む演繹推論”

という用語を用いる。

2.3 問題提起

本節では、次章以降で診断・予測型 ES が扱う不確実性を考察していくうえで重要となる問題を提起する。ここでは、従来の BN で扱われてきた簡単な診断の例を考える<sup>8)</sup>。

例 1: 医療診断

医師  $O$  (Observer) が患者  $\omega_c (\in \Omega)$  を診察する場面を想定する。実際の診察では、医師  $O$  は多くの属性を想定しなければならないが、ここでは説明を簡単にするため、医師  $O$  は以下の 3 つの基本式だけを考えることにする。

$A_1(\omega_c)$ :  $\omega_c$  はインフルエンザに感染している。

$A_2(\omega_c)$ :  $\omega_c$  は肺炎である。

$A_3(\omega_c)$ :  $\omega_c$  は 38 度以上の熱を出す。

今、医師  $O$  は診察によって、基本式  $A_1(\omega_c) \sim A_3(\omega_c)$  のうち  $A_1(\omega_c)$  と  $A_2(\omega_c)$  の真偽についてのある知見を得た。そして、残りの基本式  $A_3(\omega_c)$  の真偽を予想する問題を考える。 □

例 1 では、各々の基本式  $A_i(\cdot)$  の真理値は  $X_i = x_i (x_i \in \{1, 0\})$  であるので、対象としている世界のとりうる状態は  $(X_1, X_2, X_3)$  で表現することが可能である。すなわち、この世界で生じうる状態のパターンは  $(0, 0, 0) \sim (1, 1, 1)$  の  $2^3$  通りが考えられる。また、3 つの基本式は何らかの相関性を持っており、ある

この定式化と本研究との対応については 3.2.3 項を参照されたい。

基本式に関する情報が得られた場合、それが残りの基本式に影響を及ぼす可能性があることに注意されたい。

ここで、我々が想定している診断システムの構成と入出力を明確にしておく。我々のシステムは、図1の右側に示すように、大きく分けて知識ベースと推論モジュールから構成される。そして、システムへの入力は  $A_1(\omega_c)$  と  $A_2(\omega_c)$  についてのある知見であり、以降ではこの知見を観測事実 ( $e_1, e_2$ ) と呼ぶことにする。また、出力は残りの  $A_3(\omega_c)$  の確信度である。すなわち、本稿で扱う問題は、医師  $O$  があらかじめ持っている専門的な知識と、観測によって得られた  $s$  個の基本式の観測事実を用いて、残りの  $k-s$  個の基本式の確信度を推定する問題である。

従来研究の多くは、観測事実 ( $e_1, e_2$ ) が確定的に与えられる問題を主に扱ってきた。すなわち、これは確率変数 ( $X_1, X_2, X_3$ ) のうちの一部の変数の実現値 ( $x_1, x_2$ ) ( $x_i \in \{0, 1\}$ ) が与えられたもとで、その他の変数が1となる条件付き確率を予測する問題である。

一方、BNをはじめとする不確実性を含む推論の分野では、入力が必ずしも確定的ではなく、( $q_1, q_2$ ) ( $q_i \in [0, 1]$ ) のように確率的に与えられる問題が議論されている。しかし従来研究においては、観測事実の不確実性が含まれる場合の推論に対して十分な定式化がなされていなかった<sup>4)</sup>。

そこで次章において、診断・予測型のESが扱っている不確実性を2つに分けることにより、上記の推論を数理的に定式化する。そして、観測事実の不確実性が含まれる場合にも有用な演繹推論法について論じる。

### 3. 提案方式

#### 3.1 不確実性の分類

本節では、例1に存在する不確実性を考える。

まず、医師  $O$  は過去の統計的データや経験的知識などから得たドメイン  $\Omega$  全体に対する専門的な知識をあらかじめ持っており、その知識を用いて特定の患者  $\omega_c$  を診察していると考えられる。この知識は確率モデル  $\Xi$  として表現可能であり、各状態 ( $x_1, x_2, x_3$ ) が生起する確率  $\xi_{x_1 x_2 x_3}$  で表現できるものとする。すなわち、知識ベースは既知の確率モデル  $\Xi$  によって規定され、これは正しいものと仮定する。

これに対し、観測事実として得られた基本式  $A_1(\omega_c)$  と  $A_2(\omega_c)$  の確信度  $q_1, q_2$  や推定すべき  $A_3(\omega_c)$  の確信度は、前段落で述べたドメイン全体に関する不確実性と性質を異にしている。すなわち、基本式  $A_i(\omega_c)$  の確信度が表現している不確実性とは特定の個体  $\omega_c$  に関する不確実性であり、この不確実性は観測過程に

おけるノイズの混入やセンサーの信頼性、観測者や個体(被観測者)の主観、観測者のミスなどにより混入したものと考えることができる。この観測過程において不確実性が混入する確率モデル  $\Psi$  は既知である場合も考えられるが、より一般的には未知である。すなわち、観測過程において不確実性が混入するメカニズムは未知の確率モデル  $\Psi$  によって規定されると仮定する。

以上をまとめると、不確実性をともなう診断・予測型のESが扱っている不確実性は図1に示すように以下の2通りに分類できる。

- (1) ドメイン全体に対する不確実性
- (2) ある特定の個体に対する不確実性

従来研究では、上記(1)、(2)の不確実性を区別していなかったため、どちらの場合の不確実性に対しても同じ確信度という用語を用いていた。しかし、本稿では(1)、(2)の不確実性を明確に区別するため、(1)に対応する確信度を“d (domain) 確信度”と呼び、(2)に対応する確信度を“i (individual) 確信度”と呼ぶこととする。また、i 確信度の中で観測事実として得られる確信度を、特別に“e (evidential) 確信度”と呼ぶこととする。

#### 3.2 定式化

##### 3.2.1 観測事実の不確実性が含まれない場合

まず、準備として例1の観測事実の不確実性が含まれない場合を考える。

今、属性  $A_1, A_2, A_3$  のd 確信度が与えられており、基本式  $A_1(\omega_c), A_2(\omega_c)$  の真値  $X_1 = 1, X_2 = 1$  が観測事実として得られたとき、残りの基本式  $A_3(\omega_c)$  のi 確信度を求める問題を考える。 $P(X_1 = 1, X_2 = 1, X_3 = 1 | \Xi)$  を  $\xi_{111}$ 、 $P(X_1 = 1, X_2 = 1 | \Xi)$  を  $\xi_{11+}$  と略記すると、 $A_3(\omega_c)$  のi 確信度は次式のように定式化できる。

この仮定は Lauritzen<sup>8)</sup>と同様である。本稿では、各状態 ( $X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_k = x_k$ ) の生起確率分布を規定しているパラメータ  $\xi_{x_1 x_2 \dots x_k}$  の集合を確率モデル  $\Xi$  と呼ぶことにする。すなわち、 $\Xi = \{\xi_{X_1 \dots X_i \dots X_k} | X_i = x_i, x_i \in \{0, 1\}\}$  である。また、属性  $A_i$  の確信度は  $\xi_{X_1 \dots X_i \dots X_k}$  の  $X_i = 1$  の場合の周辺確率  $\xi_{1(X_i)}$  である。慣習的に周辺確率は“+”の記号を用いて  $\xi_{+\dots+1(X_i)+\dots+}$  のように表現するが、本稿では  $\xi_{1(X_i)}$  を  $\xi_{+\dots+1(X_i)+\dots+}$  と同じ意味で用いる。

このメカニズムについては3.2.2項の“観測事実の不確実性が含まれる場合”で詳述する。

式(2)は条件付き確率の条件部に  $A_1(\omega_c)$  と  $A_2(\omega_c)$  の真値と既知の確率モデル  $\Xi$  を記述するというベイズ統計学的な表現形式になっている。このノーテーションはやや特殊ではあるが、従来から統計学で当然のように扱われてきた問題である。

$$P(X_3 = 1 | X_1 = 1, X_2 = 1, \Xi) = \frac{P(X_1 = 1, X_2 = 1, X_3 = 1 | \Xi)}{P(X_1 = 1, X_2 = 1 | \Xi)} = \frac{\xi_{111}}{\xi_{11+}} \quad (2)$$

### 3.2.2 観測事実に不確実性が含まれる場合

次に、例 1 の観測事実に不確実性が含まれる場合を考える。今度は、属性  $A_1, A_2, A_3$  の  $e$  確信度が既知のもとで、基本式  $A_1(\omega_c), A_2(\omega_c)$  の各々の  $e$  確信度  $q_1, q_2$  が得られたとき、残りの基本式  $A_3(\omega_c)$  の  $i$  確信度を求める問題である。本稿では、図 1 の観測過程を情報理論的に考察し、図 2 に示すような一種の通信路として考える。

ここで、例 1 における患者（個体） $\omega_c$  の真の状態を、基本式  $A_1(\omega_c), A_2(\omega_c), A_3(\omega_c)$  の真理値の組  $(X_1, X_2, X_3)$  として表現すると、これらはある情報源から発生する 3 ビットの送信語  $(X_1, X_2, X_3)$  とも見なせる。この情報源を規定する確率分布は各個体  $\omega_c$  に対するものであり  $\omega_c$  によって変化するが、この確率分布の形はドメイン全体に対する経験的知識からある程度分かっている。

次に、診察（観測）過程において、医師（観測者） $O$  は問診やレントゲン写真などによる診察によって、3 ビットの送信語  $(X_1, X_2, X_3)$  のうちの部分ビット（例 1 の場合、 $X_i, i = 1, 2$ ）の情報を受け取る。この情報を受信語  $y_i$  と呼ぶことにする。ここで重要な点は、第 1 に図 2 の通信路は、観測過程における誤り率は未知であるが、受信語  $y_i$  を受け取ったことにより情

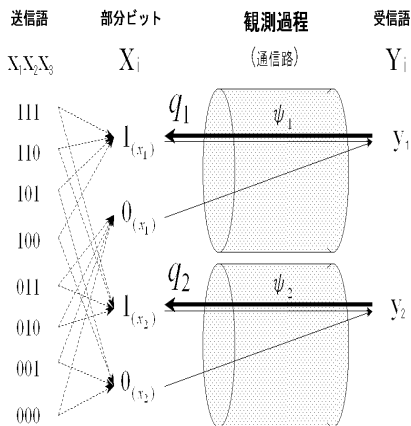


図 2 観測過程における不確実性の定式化

Fig. 2 Formulation of uncertainty in observation process.

ここで、 $y_i \in \{0, 1\}$  であり、ある実現値を意味する。すなわち、確率変数  $X_i$  の実現値  $x_i$  の場合と同様に、 $y_i$  は確率変数ではなく実現値である。

報源を規定する確率分布の ( $y_i$  に関する) 周辺確率が分かるとのことである。このように情報理論で一般的に議論される通信路モデルとは、与えられる情報が異なっている。第 2 に、上記の観測は各属性  $A_i$  について独立に行われると一般的に仮定してよいことである。すなわち、各属性  $A_i$  ごとに観測過程において混入する不確実性の確率モデル  $\psi_i$  は異なり、各  $\psi_i$  は確率的に独立であり、受信語  $y_i$  は送信語  $x_i$  のみに依存すると見なすことができる。

上記に加え、3.1 節で述べた確率モデル  $\Xi$  と  $\Psi$  は互いに独立であると考えられるので、確率モデル  $\Xi$  と  $\Psi$  のもとの確率変数  $X_1, X_2, X_3$  と実現値  $y_1, y_2$  の結合確率分布は式 (3) で定めることができる。

$$P(X_1, X_2, X_3, y_1, y_2 | \Xi, \Psi) = P(X_1, X_2, X_3 | \Xi) \prod_{i=1}^2 P(y_i | X_1, X_2, X_3, \Xi, \Psi) = P(X_1, X_2, X_3 | \Xi) \prod_{i=1}^2 P(y_i | X_i, \psi_i) \quad (3)$$

次に、医師  $O$  は得られた受信語  $y_i$  をもとに基本式  $A_i(\omega_c)$  の真偽、すなわち送信語  $X_i$  が 1 か 0 かを判断する。しかし、上記の観測過程には確率モデル  $\psi_i$  で規定される (2) の不確実性が混入しているため、医師  $O$  は  $A_i(\omega_c)$  の真偽を正確に断定することができず、 $A_i(\omega_c)$  が真である確率は  $q_i$  であるという判断を下す。これが  $e$  確信度である。この観測事実である  $e$  確信度  $q_i$  のとらえ方が本稿では非常に重要となる。 $e$  確信度  $q_i$  を定式化すると、式 (4) のようになる。すなわち、 $q_i$  は受信語  $y_i$  を知ったもとで  $X_i$  が真 ( $X_i = 1$ ) となる条件付き確率であり、一種の事後確率と見なすことができる。

$$q_1 = \sum_{X_2, X_3} P(X_1 = 1, X_2, X_3 | y_1, y_2, \Xi, \Psi) = P(X_1 = 1 | y_1, \psi_1) \\ q_2 = \sum_{X_1, X_3} P(X_1, X_2 = 1, X_3 | y_1, y_2, \Xi, \Psi) = P(X_2 = 1 | y_2, \psi_2) \quad (4)$$

さて、2 つの観測事実  $q_i$  ( $i = 1, 2$ ) を得た医師  $O$  は、これらの  $e$  確信度を用いて残りの基本式  $A_3(\omega_c)$

この条件付き確率は図 2 における太い実線  $q_i$  で表現され、本稿では  $e$  確信度と呼んでいる。さらに、細い実線は観測過程における情報の流れ（データの伝送）を、点線は各送信語のパターンと部分ビットとの対応関係を表現している。

3.1 節で述べたように、本稿では観測過程において確率モデル  $\psi_i$  で規定される (2) の不確実性が混入すると仮定しているが、 $\psi_i$  の形式やパラメータの値は未知である。また、例 1 では  $\Psi = \{\psi_1, \psi_2\}$  である。

が真となる確率，すなわち  $A_3(\omega_c)$  の  $i$  確信度を推定することになる．本稿では，この推定を以下の2つのプロセスに分解した．

第1のプロセスは，受信語  $y_1$  と  $y_2$  を受け取ったもとの，患者  $\omega_c$  の真の状態  $(X_1, X_2, X_3)$ ，すなわち送信語  $(X_1, X_2, X_3)$  が 000 ~ 111 の  $2^3$  通りの各パターンが送信された確率を推定するプロセスである．各パターンの事後確率  $p_{x_1 x_2 x_3}$  は，条件付き確率として定式化することができ，さらにベイズの定理を用いて式(5)のように展開できる．

$$\begin{aligned} p_{x_1 x_2 x_3} &= P(X_1 = x_1, X_2 = x_2, X_3 = x_3 \mid y_1, y_2, \Xi, \Psi) \\ &= \frac{P(X_1, X_2, X_3, y_1, y_2 \mid \Xi, \Psi)}{P(y_1, y_2 \mid \Xi, \Psi)} \\ &= \frac{\prod_{i=1}^2 P(y_i \mid X_i, \psi_i) P(X_1, X_2, X_3 \mid \Xi)}{\sum_{X_1, X_2, X_3} \prod_{i=1}^2 P(y_i \mid X_i, \psi_i) P(X_1, X_2, X_3 \mid \Xi)} \end{aligned} \quad (5)$$

以降では，3.1 節で述べた  $d$  確信度， $i$  確信度にならい， $P(X_1 = x_1, X_2 = x_2, X_3 = x_3 \mid \Xi) = \xi_{x_1 x_2 x_3}$  を“ $d$  結合確信度”と呼ぶ．また，式(5)で定義される条件付き確率  $p_{x_1 x_2 x_3}$  を“ $i$  結合確信度”と呼ぶこととする．

第2のプロセスは，所望の確信度，すなわち  $A_3(\omega_c)$  の  $i$  確信度  $p_{1(x_3)}$  を求めるプロセスである． $i$  確信度  $p_{1(x_3)}$  は，式(5)の  $i$  結合確信度の  $X_3 = 1$  の場合の周辺確率と考えることができるので，式(6)のように表現できる．

$$\begin{aligned} p_{1(x_3)} &= \sum_{X_1, X_2} P(X_1, X_2, X_3 = 1 \mid y_1, y_2, \Xi, \Psi) \\ &= \sum_{X_1, X_2} p_{X_1 X_2 1(x_3)} \end{aligned} \quad (6)$$

### 3.2.3 一般的定式化

本項では，前項の定式化を一般化する．ここで，前項で述べた問題における入出力を整理しておく．今，確率モデル  $\Psi$  によって規定される不確実性を含む観測過程を通じて，属性の集合  $\mathcal{A}$  中の  $s$  個に関する基本式  $A_{r_1}(\omega_c), \dots, A_{r_m}(\omega_c), \dots, A_{r_s}(\omega_c)$  ( $r_m \in \{1, \dots, k\}$ ) の  $e$  確信度  $q_{r_1}, \dots, q_{r_m}, \dots, q_{r_s}$  が前提条件として得られている．そこで，ユーザはこれらの  $e$

確信度を観測事実として，確信度を求めたい未観測の基本式  $A_t(\omega_c)$  ( $t \notin \{r_1, \dots, r_s\}$ ) を質問として，各々を推論モジュールに入力する．その結果として，推論システムは質問の基本式  $A_t(\omega_c)$  の  $i$  確信度を計算し出力する．

それでは，前項の式(4)~(6)を一般化する．まず，3.2 節で議論したように，以下の2つの仮定を置く．

仮定 1:  $\Xi$  と  $\Psi$  の独立性

確率モデル  $\Xi$  と確率モデル  $\Psi$  は互いに独立である．  $\square$

仮定 2:  $\psi_i$  の独立性

基本式  $A_{r_\ell}(\cdot)$  ( $\ell \in \{1, 2, \dots, s\}$ ) の観測過程において混入する不確実性を規定する確率モデル  $\psi_{r_\ell}$  は他のすべての確率モデル  $\psi_{r_m}$  ( $r_m \neq r_\ell, m = \{1, 2, \dots, s\} \setminus \{\ell\}$ ) と互いに独立である．  $\square$

これらの仮定のもとで，観測事実である  $s$  個の基本式  $A_{r_m}(\omega_c)$  についての  $e$  確信度  $q_{r_m}$  は式(7)で表現できる．

$$q_{r_m} = \frac{\sum_{\{X_1, \dots, X_k\} \setminus \{X_{r_m}\}} P(X_1, \dots, X_{r_m} = 1, \dots, X_k \mid y_{r_1}, \dots, y_{r_s}, \Xi, \Psi)}{P(X_{r_m} = 1 \mid y_{r_m}, \psi_i)} \quad (7)$$

よって，この場合の  $i$  結合確信度は式(8)のように表現できる．

$$\begin{aligned} p_{x_1 \dots x_k} &= P(X_1 = x_1, \dots, X_k = x_k \mid y_{r_1}, \dots, y_{r_s}, \Xi, \Psi) \\ &= \frac{P(X_1, \dots, X_k, y_{r_1}, \dots, y_{r_s} \mid \Xi, \Psi)}{P(y_{r_1}, \dots, y_{r_s} \mid \Xi, \Psi)} \\ &= \frac{\prod_{i=1}^s P(y_{r_i} \mid X_{r_i}, \psi_i) P(X_1, \dots, X_k \mid \Xi)}{\sum_{X_1, \dots, X_k} \prod_{i=1}^s P(y_{r_i} \mid X_{r_i}, \psi_i) P(X_1, \dots, X_k \mid \Xi)} \end{aligned} \quad (8)$$

さらに，基本式  $A_t(\omega_c)$  の  $i$  確信度  $p_{1(x_t)}$  は式(9)で表現できる．

$$\begin{aligned} p_{1(x_t)} &= \sum_{\{X_1, \dots, X_k\} \setminus \{X_t\}} P(X_1, \dots, X_t = 1, \dots, X_k \mid y_{r_1}, \dots, y_{r_s}, \Xi, \Psi) \\ &= \sum_{\{X_1, \dots, X_k\} \setminus \{X_t\}} p_{X_1 \dots 1(x_t) \dots X_k} \end{aligned} \quad (9)$$

以上のように定式化することにより，本稿で扱っている問題は既知の確率モデル  $\Xi$  と未知の確率モデル  $\Psi$  のもとで，ある個体  $\omega_c$  についての  $s$  個の観測事実として基本式  $A_{r_m}(\omega_c)$  の  $e$  確信度  $q_{r_m}$  ( $m = 1, 2, \dots, s$ ) が得られたときに，未観測の基本式  $A_t(\omega_c)$  の  $i$  確信度  $p_{1(x_t)}$  を計算する問題であることが明らかになった．これは，確率モデル  $\Psi$  で規定される不確実性(2)

ここでは，1つの基本式に対する確信度と複数の基本式の連言の論理式に対する確信度を区別するため，後者を結合確信度と呼ぶことにした．また， $\xi_{x_1 x_2 x_3}$  を事前分布， $p_{x_1 x_2 x_3}$  を観測事実が得られたもとの事後分布と考えることもできる．以降では，式(6)の意味で  $p_{1(x_t)}$  という表記法を用いる．

を含む情報  $q_{r_m}$  が入力されたという条件のもとで、推論システムがあらかじめ保持している不確実性 (1) を含む知識  $\Xi$  を用いて、新たな事実  $p_{1(x_t)}$  を求めるという不確実性を含む演繹推論の問題である。

### 3.3 演繹推論法

本節では、式 (9) の値を求めるための演繹推論アルゴリズムを提案する。以降では、記述が煩雑になるのを防ぐため、以下の簡略化した記号を用いる。

- $X_i$  : 基本式  $A_i(\omega_j)$  の真理値, 確率変数  
 $X_i \in \{1, 0\}$ , ( $i = 1, 2, \dots, k$ )
- $\xi_{x_1 \dots x_k}$  : 真の確率分布, d 結合確信度  
 $P(X_1 = x_1, \dots, X_k = x_k \mid \Xi)$
- $q_{r_m}$  :  $A_{r_m}(\omega_c)$  に関する観測事実,  
 式 (7) で示される e 確信度  
 ( $m = 1, 2, \dots, s$ ,  $r_m \in \{1, \dots, k\}$ )
- $p_{x_1 \dots x_k}$  : 式 (8) で示される i 結合確信度  
 $\hat{p}_{x_1 \dots x_k}^{(n)}$  : 提案演繹推論アルゴリズムを  $n$  回  
 反復することによって得られた  
 $p_{x_1 \dots x_k}$  の計算値

#### 3.3.1 提案アルゴリズム

本項で提案する演繹推論アルゴリズムは、ISP (Iterative Scaling Procedure) を従来とは異なる問題へ適用したものである。ISP とは、離散データ解析の分野で分割表の周辺和が与えられた場合に、その表の各セルの最尤推定量を求めるアルゴリズムとして用いられてきた手法である<sup>5),6),11)</sup>。ISP は単純な処理を繰り返すだけで所望の結果を得ることができるアルゴリズムであり、計算機に適した手法である。

下記に示すアルゴリズムでは、 $\hat{p}_{x_1 \dots x_k}^{(sn+m-1)}$  の上付き括弧内の数字は反復回数を意味し、 $N$  は収束した場合の反復回数である。また、 $s$  ( $s < k$ ) は得られた観測事実の個数であり、カウンタ  $n, m$  は各々  $n = 0, 1, \dots$ ,  $m = 1, 2, \dots, s$  である。

[ 演繹推論アルゴリズム ]

(STEP1) : i 結合確信度の初期値  $\hat{p}_{x_1 \dots x_k}^{(0)}$  を d 結合確信度の値  $\xi_{x_1 \dots x_k}$  に設定する。

(STEP2) :  $n = 1, 2, \dots$ ,  $m = 1, \dots, s$  とし、i 結合確信度の値  $\hat{p}_{x_1 \dots x_k}^{(sn+m-1)}$  が収束するまで以下の (1), (2) を含む二重ループを繰り返し、収束値  $\hat{p}_{x_1 \dots x_k}^{(N)}$  を求める。

LOOP:  $n = 1, 2, \dots$

LOOP:  $m = 1, \dots, s$

(1) 計算中の i 結合確信度  $\hat{p}_{x_1 \dots x_k}^{(sn+m-1)}$  の  $X_{r_m}$  ( $\neq X_t$ ) についての周辺確率

$$\hat{p}_{X_{r_m}}^{(sn+m-1)} = \sum_{\{X_1, \dots, X_k\} \setminus \{X_{r_m}\}} \hat{p}_{X_1 \dots X_k}^{(sn+m-1)} \quad (10)$$

を計算する。

(2) 式 (11) により、(1) の式 (10) で求められた周辺確率  $\hat{p}_{1(X_{r_m})}^{(sn+m-1)}$  (または、 $\hat{p}_{0(X_{r_m})}^{(sn+m-1)}$ ) と、観測によって得られた  $A_{r_m}$  の e 確信度  $q_{r_m}$  (または、 $1 - q_{r_m}$ ) を用いて、i 結合確信度の値を  $\hat{p}_{x_1 \dots X_{r_m} \dots x_k}^{(sn+m-1)}$  から  $\hat{p}_{x_1 \dots X_{r_m} \dots x_k}^{(sn+m)}$  に更新する。

$$\hat{p}_{x_1 \dots X_{r_m} \dots x_k}^{(sn+m)} = \hat{p}_{x_1 \dots X_{r_m} \dots x_k}^{(sn+m-1)} \times \frac{C_{r_m}(X_{r_m})}{\hat{p}_{X_{r_m}}^{(sn+m-1)}} \quad (11)$$

ここで、 $C_{r_m}(X_{r_m})$  は式 (12) を意味している。

$$C_{r_m}(X_{r_m}) = \begin{cases} q_{r_m}, & X_{r_m} = 1 \text{ のとき} \\ 1 - q_{r_m}, & X_{r_m} = 0 \text{ のとき} \end{cases} \quad (12)$$

(STEP3) : (STEP2) で求めた収束値  $\hat{p}_{x_1 \dots x_k}^{(N)}$  を用いて、ユーザの質問に対応する基本式の i 確信度を式 (13) により計算する。

$$\hat{p}_{1(x_t)} = \sum_{\{X_1, \dots, X_k\} \setminus \{X_t\}} \hat{p}_{X_1 \dots 1(x_t) \dots X_k}^{(N)} \quad (13)$$

□

定理 1 : 演繹推論法

演繹推論アルゴリズムにより得られる値は必ずある値に収束する。その収束値を  $\hat{p}_{x_1 \dots x_k}^{(N)}$  とすると、 $\hat{p}_{x_1 \dots x_k}^{(N)} = p_{x_1 \dots x_k}$  である。

(証明) 付録参照。 □

ここで、 $k = 3$  の場合に上記の演繹推論アルゴリズムを実行した例を示す。

例 2 : 演繹推論アルゴリズムの実行例

今、真の確率モデル  $\Xi$ 、すなわち d 結合確信度の値  $\xi_{x_1 x_2 x_3}$  が各々以下のように与えられたとする。

$$\begin{aligned} \xi_{111} &= 1.000 \times 10^{-1}, & \xi_{110} &= 5.000 \times 10^{-2}, \\ \xi_{101} &= 4.000 \times 10^{-2}, & \xi_{100} &= 7.000 \times 10^{-2}, \\ \xi_{011} &= 2.000 \times 10^{-1}, & \xi_{010} &= 1.000 \times 10^{-1}, \\ \xi_{001} &= 1.600 \times 10^{-1}, & \xi_{000} &= 2.800 \times 10^{-1} \end{aligned}$$

ここで、観測事実として基本式  $A_1(\omega_c)$  の e 確信度  $q_1 = 0.5$ ,  $A_2(\omega_c)$  の e 確信度  $q_2 = 0.75$  が得られ、ユーザから  $A_3(\omega_c)$  の i 確信度を求めるように質問を受けたとする。この条件のもとで、上記の演繹推論アルゴリズムの各ステップにそって計算を行うと以下の

2.2 節で述べたとおり、不確実性を含む演繹推論とは  $P(W = \text{true} \mid \Theta, C)$  を求める問題である。本稿では、 $W$  に基本式  $A_t(\cdot)$  が、 $\Theta$  に専門家の知識  $\Xi$  が、 $C$  に e 確信度  $q_{r_m}$  が各々対応している。

この例では、記号 “ $\approx$ ” と “ $\asymp$ ” は各々近似値と収束値の意味で用いる。

ようになる．

(STEP1) :  $i$  結合確信度の初期値  $\hat{p}_{x_1 x_2 x_3}^{(0)}$  を  $d$  結合確信度の値  $\xi_{x_1 x_2 x_3}$  に設定する．

$$\begin{aligned}\hat{p}_{111}^{(0)} &= 1.000 \times 10^{-1}, \quad \hat{p}_{110}^{(0)} = 5.000 \times 10^{-2}, \\ \hat{p}_{101}^{(0)} &= 4.000 \times 10^{-2}, \quad \hat{p}_{100}^{(0)} = 7.000 \times 10^{-2}, \\ \hat{p}_{011}^{(0)} &= 2.000 \times 10^{-1}, \quad \hat{p}_{010}^{(0)} = 1.000 \times 10^{-1}, \\ \hat{p}_{001}^{(0)} &= 1.600 \times 10^{-1}, \quad \hat{p}_{000}^{(0)} = 2.800 \times 10^{-1}\end{aligned}$$

(STEP2) : この例では  $s = 2$  であるので，以下の (1), (2) を  $m = 1, 2$  で繰り返す．

[  $n = 0, m = 1$  の場合 ]

(1) 式 (10) を用いて， $n = 0, m = 1$  の場合の周辺確率  $\hat{p}_{X_1}^{(0)} = \sum_{X_2, X_3} \hat{p}_{X_1 X_2 X_3}^{(0)}$  を計算する．

$$\begin{aligned}\hat{p}_{1++}^{(0)} &= \sum_{X_2, X_3} \hat{p}_{1(X_1) X_2 X_3}^{(0)} \\ &= (1.000 + 0.500 + 0.400 + 0.700) \times 10^{-1} \\ &= 2.600 \times 10^{-1} \\ \hat{p}_{0++}^{(0)} &= \sum_{X_2, X_3} \hat{p}_{0(X_1) X_2 X_3}^{(0)} \\ &= (2.000 + 1.000 + 1.600 + 2.800) \times 10^{-1} \\ &= 7.400 \times 10^{-1}\end{aligned}$$

(2) 式 (11) により  $\hat{p}_{x_1 x_2 x_3}^{(1)}$  を求める．

$$\begin{aligned}\hat{p}_{111}^{(1)} &= \frac{\hat{p}_{111}^{(0)} \times q_1}{\hat{p}_{1++}^{(0)}} = \frac{0.1 \times 0.5}{0.26} \approx 1.923 \times 10^{-1} \\ \hat{p}_{110}^{(1)} &= \frac{\hat{p}_{110}^{(0)} \times q_1}{\hat{p}_{1++}^{(0)}} = \frac{0.05 \times 0.5}{0.26} \approx 9.615 \times 10^{-2} \\ \hat{p}_{101}^{(1)} &= \frac{\hat{p}_{101}^{(0)} \times q_1}{\hat{p}_{1++}^{(0)}} = \frac{0.04 \times 0.5}{0.26} \approx 7.692 \times 10^{-2} \\ &\vdots \\ \hat{p}_{000}^{(1)} &= \frac{\hat{p}_{000}^{(0)} \times (1 - q_1)}{\hat{p}_{0++}^{(0)}} = \frac{0.28 \times 0.5}{0.74} \approx 1.892 \times 10^{-1}\end{aligned}$$

[  $n = 0, m = 2$  の場合 ]

(1) 式 (10) を用いて， $n = 0, m = 2$  の場合の周辺確率  $\hat{p}_{X_2}^{(1)} = \sum_{X_1, X_3} \hat{p}_{X_1 X_2 X_3}^{(1)}$  を計算する．

$$\begin{aligned}\hat{p}_{+1+}^{(1)} &= \sum_{X_1, X_3} \hat{p}_{X_1 1(X_2) X_3}^{(1)} \approx 4.912 \times 10^{-1} \\ \hat{p}_{+0+}^{(1)} &= \sum_{X_1, X_3} \hat{p}_{X_1 0(X_2) X_3}^{(1)} \approx 5.088 \times 10^{-1}\end{aligned}$$

(2) 式 (11) により  $\hat{p}_{x_1 x_2 x_3}^{(2)}$  を求める．

$$\hat{p}_{111}^{(2)} = \frac{\hat{p}_{111}^{(1)} \times q_2}{\hat{p}_{+1+}^{(1)}} = \frac{0.1923 \times 0.75}{0.4912} \approx 2.936 \times 10^{-1}$$

$$\hat{p}_{110}^{(2)} = \frac{\hat{p}_{110}^{(1)} \times q_2}{\hat{p}_{+1+}^{(1)}} = \frac{0.0962 \times 0.75}{0.4912} \approx 1.468 \times 10^{-1}$$

$$\hat{p}_{101}^{(2)} = \frac{\hat{p}_{101}^{(1)} \times (1 - q_2)}{\hat{p}_{+0+}^{(1)}} = \frac{0.0769 \times 0.25}{0.5088} \approx 3.778 \times 10^{-2}$$

⋮

$$\hat{p}_{000}^{(2)} = \frac{\hat{p}_{000}^{(1)} \times (1 - q_2)}{\hat{p}_{+0+}^{(1)}} = \frac{0.1892 \times 0.25}{0.5088} \approx 9.295 \times 10^{-2}$$

同様に  $n = 1, 2, \dots$  とし， $i$  結合確信度  $\hat{p}_{x_1 x_2 x_3}^{(2n+m-1)}$  が収束するまで (1), (2) を繰り返し，収束値  $\hat{p}_{x_1 x_2 x_3}^{(N)}$  を求める．この場合の収束値は以下ようになる．

$$\begin{aligned}\hat{p}_{111} &\asymp 2.713 \times 10^{-1}, \quad \hat{p}_{110} \asymp 1.356 \times 10^{-1}, \\ \hat{p}_{101} &\asymp 3.384 \times 10^{-2}, \quad \hat{p}_{100} \asymp 5.923 \times 10^{-2} \\ \hat{p}_{011} &\asymp 2.287 \times 10^{-1}, \quad \hat{p}_{010} \asymp 1.144 \times 10^{-1}, \\ \hat{p}_{001} &\asymp 5.707 \times 10^{-2}, \quad \hat{p}_{000} \asymp 9.986 \times 10^{-2}\end{aligned}$$

(STEP3) : (STEP2) で求めた収束値  $\hat{p}_{x_1 x_2 x_3}^{(N)}$  を用いて，ユーザの質問に対応する論理式の確信度を式 (13) より計算する．

$$\begin{aligned}\hat{p}_{1(X_3)} &= \hat{p}_{+1+} = \sum_{X_1, X_2} \hat{p}_{X_1 X_2 1(X_3)} \\ &\approx (2.713 + 0.338 + 2.287 + 0.571) \times 10^{-1} \\ &= 5.909 \times 10^{-1}\end{aligned}$$

以上より，観測事実  $q_1 = 0.5, q_2 = 0.75$  が得られたもとでの基本式  $A_3(\omega_c)$  の  $i$  確信度が  $5.909 \times 10^{-1}$  と求められた． □

例 2 では属性が 3 つ ( $k = 3$ ) の簡単な例を用いた．しかし，提案アルゴリズムは，ISP と同様の単純な反復計算を繰り返すことによって，任意の属性数  $k$  と観測事実の個数  $s$  に対して式 (8) を満たす推論結果  $p_{x_1 \dots x_k}$  を得ることができる有効なアルゴリズムである． $k$  の値を大きくとり，多くの属性を対象にすることにより，様々な診断・予測型 ES において実用的な推論が可能となる．

## 4. 考 察

### 4.1 他手法との比較

本節では，本手法と従来手法，特に Pearl<sup>12)</sup> と Lauritzen ら<sup>8)</sup> の手法との定性的な比較を行うことにより，本手法の有効性について論ずる．

第 1 に，従来手法では観測事実が不確実性を含まない場合の推論法が主に議論されてきた．また，不確実性を含む場合の推論に関してはいくつかの従来研究が存在するが，十分な定式化がなされていない<sup>4)</sup>．そこで本稿では，観測事実の不確実性が含まれる場合に対して不確実性が生じるメカニズムを明らかにし，そのもとで有用な演繹推論アルゴリズムを提案した．



もちろん、提案アルゴリズムは  $e$  確信度  $q_i$  の値を 1 に設定することにより、観測事実の不確実性が含まれない場合にも適用可能であり、従来手法と同様の推論結果を求めることが可能である。この点において、本手法は観測事実が不確実性を含むか否かに係らず両者の場合において適用可能であり、従来手法を包含しているといえる。

第 2 に、Pearl や Lauritzen らの手法は、あらかじめ保持されている知識と観測によって得られた事実が何に関する情報であるのかが明確でなかったため、実質的には命題論理しか扱えない論理体系となっていた。これに対し本手法は、あらかじめ保持されている知識をドメイン全体に対する知識と見なし、観測事実をある個体に対する事実と解釈し、両者を明確に区別することにより、多くの診断・予測型 ES で行われてきた推論を述語論理的にとらえている。

#### 4.2 推論結果の評価

不確実性を含む診断・予測型 ES が行う推論を確率的な視点からとらえた基礎理論として、BN は重要な方向性を与えた。本稿では、この問題を「得られた観測事実のもとでの条件付き確率を計算する問題」として定式化し、その定式化のもとで式 (9) で示される所望の基本式  $A_t(\omega_c)$  の  $i$  確信度を求める演繹推論アルゴリズムを提案した。この提案アルゴリズムによって得られる推論結果を調べたところ、提案アルゴリズムの式 (8) で示される条件付き結合分布  $p_{X_1 \dots X_k}$  は、ダイバージェンス  $D(p_{X_1 \dots X_k} \parallel \xi_{X_1 \dots X_k})$  を最小にしていることが判明した。すなわちこの結果は、これまで多く診断・予測型 ES で行われてきた不確実性を含む推論の問題が別の視点からとらえると一種の条件付き最適化問題であったことを示唆している。このように、本稿におけるアプローチによって、統計学的に意味のある正確な条件付き確率を求めることが可能となった。これは、不確実性を含む演繹推論の問題についてのある 1 つの側面からの意味付けではあるが、その問題の持ついくつかの重要な統計的性質が明らかになった。

ここで、 $D(p_{X_1 \dots X_k} \parallel \xi_{X_1 \dots X_k})$  は次式で示される。

$$D(p_{X_1 \dots X_k} \parallel \xi_{X_1 \dots X_k}) = \sum_{X_1, \dots, X_k} p_{X_1 \dots X_k} \log \frac{p_{X_1 \dots X_k}}{\xi_{X_1 \dots X_k}}$$

すなわち、条件付き結合確率  $p_{X_1 \dots X_k}$  を事後分布と見なすと、事後分布  $p_{X_1 \dots X_k}$  の周辺確率を  $q_i$  にするという制約条件のもとで、 $p_{X_1 \dots X_k}$  から事前分布  $\xi_{X_1 \dots X_k}$  への  $D(p_{X_1 \dots X_k} \parallel \xi_{X_1 \dots X_k})$  を最小化していることが明らかになった。

#### 4.3 BN のとらえ方と本研究の位置づけ

現在、AI 研究者の間では BN に対して様々なとらえ方が存在している。これらのとらえ方がある 1 つの切り口から分けると以下の 2 つに分類することができる。1 つは、推論システムに新たな事実が入力されたときに確率モデル  $\Xi$  が変化するというとらえ方である<sup>19)</sup>。もう 1 つは、新たな事実が入力されても確率モデル  $\Xi$  は変化しないというとらえ方である。本稿は後者の立場をとった。なぜなら、従来の不確実性を含む診断・予測型の ES で行われてきた推論の多くは後者の立場にあり、静的な知識ベースを備え「推論規則は変化せず、観測事実のみが変化する」という定式化に基づくものであると考えられるからである。よって本稿では、新たに得られた観測事実がドメイン全体に対する不確実性に影響を与えないことと仮定し、推論が終了すればその観測事実は蓄積せずに捨ててしまうという立場をとった。

もちろん、サンプリング・データが少ないシステムなどを考える場合は、新たな観測事実をカウントし、ドメイン全体に対する不確実性が逐次的に変化するという前者の立場からの定式化も考えられる。この帰納推論を含めた定式化も本稿で提案したモデルをベースにして考察することが可能である。しかし、これに関しては別の機会に示す予定である。

#### 5. ま と め

近年、BN の学習 (帰納推論) に関する研究を多く見受ける<sup>3), 16)</sup>。しかし、Pearl の BN は演繹推論を論じたものであり<sup>12)</sup>、その演繹推論の背景となっている数理モデルや基盤となる理論が議論されないままに学習法についての研究が進められてきた。

そこで本稿では、第 1 に BN の原点に立ち返り演繹推論をモチーフとし、統計学と情報理論的な視点から不確実性を含む演繹推論に対する 1 つの数理モデルを示し、そのもとで新しい演繹推論アルゴリズムを提案した。

また、本研究は AI 研究と統計学研究のどちらの視点から見ても新しい知見を与えている。

まず AI 研究の立場から見ると、第 1 に従来研究において区別されずに論じられてきた 2 つの不確実性を分類し、数理的な定式化を行った。第 2 に、従来研究では十分な定式化がなされていなかった観測事実の不確実性が含まれる場合に対しても本手法は適用可能であるという点で、本アルゴリズムは従来のアルゴリズムを包含している。第 3 に、従来から多くの診断・予測型 ES で行われてきた不確実性を含む演繹推論が、

ある側面からとらえると一種の制約付き最適化問題としての性質を備えていることを明らかにした。本研究の定式化や意味付けは BN の 1 つのとらえ方ではあるが、今後の AI における不確実性を含む推論の研究に対して上記の 3 点において重要な見方を与えた。

一方で統計学の立場から見ると、従来の統計学ではあまり脚光を浴びていなかったタイプの演繹推論を定式化し、ISP に着目した演繹推論アルゴリズムを提案した。本研究により、ISP は単なる最尤推定量を求めるためのアルゴリズムではなく、最適化の目標関数が凸性を持っている場合の条件付き最適化問題における最適化アルゴリズムとしても利用できることが明らかになった。

## 6. 今後の課題

本稿では、知識ベースが専門家などによりあらかじめ与えられている診断・予測型 ES を対象とし、真の確率モデルがあらかじめ与えられているという立場から演繹推論の問題を論じた。

しかし、AI の分野では確率モデルが部分的にしか分からない「不完全な知識」から推論を行わなければならない場合も考えられる。このような場合にも、本稿で提案した演繹推論アルゴリズムの考え方は大きな効果を発揮することが期待できる<sup>7)</sup>。

さらに、真の確率モデルはまったく未知な場合に、サンプリング・データから最適な確率モデルを構成するという帰納推論の問題は非常に重要な課題である。

そこで、Graphical Modeling や本研究のような対数線形モデルに基づいた数理モデルを仮定することにより、さらに一般的に帰納・演繹の両推論を論じていく予定である。

謝辞 本研究を進めるにあたり、ご討論、ご助言をいただきました(株)東芝の酒井哲也氏、早稲田大学の後藤正幸氏、中澤真氏、浮田善文氏、小林学氏および早稲田大学・平澤研究室と松嶋研究室の各氏に心より感謝申し上げます。本研究の一部は文部省科学研究費(特別研究員奨励費)の補助による。

## 参考文献

- 1) Berler, A. and Shimony, S.E.: Bayes Networks for Sonar Sensor Fusion, *Proc. 13th Int. Conf. on Uncertainty in Artificial Intelligence '97*, pp.14-21 (1997).
- 2) Cheeseman, P.: A Method of Computing Generalized Bayesian Probability Value for Expert Systems, *Proc. 8th Int. Joint Conf. of Artificial Intelligence*, pp.198-202 (1983).

- 3) Cooper, G.F. and Herskovits, E.: A Bayesian Method for Constructing Bayesian Belief Networks from Database, *Proc. 7th Int. Conf. on Uncertainty in Artificial Intelligence '91*, pp.86-94 (1991).
- 4) Heckerman, D., Breese, J.S. and Rommelse, K.: Decision-Theoretic Troubleshooting, *Comm. ACM*, Vol.38, No.3, pp.49-57 (1995).
- 5) 廣津千尋: 離散データ解析, 教育出版 (1982).
- 6) Ireland, C.T. and Kullback, S.: Contingency tables with given marginals, *Biometrika*, Vol.55, No.1, pp.179-188 (1968).
- 7) 金澤, 松嶋, 平澤: 不確実な知識の推論における欠測データの取り扱いに関する一考察, 第 21 回情報理論とその応用シンポジウム (SITA98) 予稿集, pp.153-156 (1998).
- 8) Lauritzen, S.L. and Spiegelhalter, D.J.: Local Computations with Probabilities on Graphical Structures and their Application to Expert Systems (with discussion), *J. Roy. Statist. Soc., B*, Vol.50, No.2, pp.251-263 (1988).
- 9) Lauritzen, S.L.: *Graphical Models*, Clarendon Press, Oxford (1996).
- 10) Matsushima, T. and Hirasawa, S.: Inductive Inference Procedure to Minimize Prediction Error, *IEEE Trans. System, Man and Cybernetics*, Vol.23, No.2, pp.547-554 (1993).
- 11) 宮川雅巳: グラフィカルモデリング, 朝倉書店 (1997).
- 12) Pearl, J.: Fusion, Propagation, and Structuring in Belief Networks, *Artificial Intelligence*, Vol.29, pp.241-288 (1986).
- 13) Pearl, J.: *Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems*, Morgan Kaufmann (1988).
- 14) 佐藤, 松嶋, 平澤: 不確実な知識の表現法と推論法について, 第 18 回情報理論とその応用シンポジウム (SITA95) 予稿集, pp.629-632 (1995).
- 15) Shortliffe, E.: *Computer-Based Medical Consultations: MYCIN*, American Elsevier (1976).
- 16) Suzuki, J.: A Construction of Bayesian Networks from Databases on an MDL Principle, *Proc. 9th Int. Conf. on Uncertainty in Artificial Intelligence '93*, pp.243-250 (1993).
- 17) 鈴木, 松嶋, 平澤: 推論の信頼性を考慮した不確実な知識の表現法と推論法について, 情報処理学会論文誌, Vol.35, No.5, pp.691-705 (1994).
- 18) Suzuki, M.: On a Deductive Reasoning Model and Method for Uncertainty, *Proc. 11th IEEE Int. Conf. on Tools with Artificial Intelligence '99*, pp.161-164 (1999).
- 19) 植野: ベイジアン・ネットワークの学習支援利用への可能性, 人工知能学会全国大会(第 12 回) 論文集, pp.106-109 (1998).

## 付 録

## A.1 定理 1 の証明

定理 1 の証明は, Ireland ら<sup>6)</sup>とほぼ同様に証明できる. Ireland ら<sup>6)</sup>は, 属性が 2 つ ( $k=2$ ) の場合について証明を与えている. 定理 1 の証明は, 次の 2 つのステップに分けられる.

(1) 計算値  $\hat{p}_{X_1 X_2 X_3}^{(N)}$  がある値  $h_{X_1 X_2 X_3}$  に収束することの証明

(2)  $h_{X_1 X_2 X_3} = p_{X_1 X_2 X_3}$  であることの証明

(1) の証明は, Ireland ら<sup>6)</sup>とまったく同様である. (2) の証明も Ireland ら<sup>6)</sup>の特殊な場合であり, ほぼ同様である.

ここで, 不確実性を含む演繹推論の問題に ISP が適用可能な理由を述べる. ISP は, 従来のデータ解析の分野において分割表の周辺和が与えられた場合にその分割表の各セルの最尤推定量を求めるといふ一種の帰納推論アルゴリズムとして用いられてきた. ISP の本質は, 尤度関数の凸性を利用して周辺和を一定に保ちながら反復計算を行うことにより最尤推定量に収束させる点にある. 本稿では, この点に着目し ISP の基本的な考え方は演繹推論においても利用可能であることを示した. つまり, 本稿における式 (8) の条件付き確率が Ireland ら<sup>6)</sup>の最尤推定量に相当し,  $e$  確信度が Ireland ら<sup>6)</sup>の周辺和に相当している. このように, ISP は単なる最尤推定量を求めるためのアルゴリズムではなく, 目標関数が凸性を持っている場合の条件付き最適化問題における最適化アルゴリズムとして広く利用可能であることが確かめられた.

(平成 11 年 1 月 26 日受付)

(平成 11 年 11 月 4 日採録)



鈴木 誠 (学生会員)

平成 3 年早稲田大学理工学部工業経営学科卒業. 平成 5 年同大学院理工学研究科修士課程修了. 同年 (株) 東芝入社. エキスパートシステムの研究開発に従事. 平成 9 年早稲田大学大学院理工学研究科博士後期課程入学. 平成 11 年日本学術振興会特別研究員, 現在に至る. 知識情報処理, 特に不確実性を含む推論に関する研究に従事.



松嶋 敏泰 (正会員)

昭和 53 年早稲田大学理工学部工業経営学科卒業. 昭和 55 年同大学院理工学研究科修士課程修了. 同年日本電気 (株) 入社. 昭和 61 年早稲田大学大学院理工学研究科博士後期課程入学. 平成元年横浜商科大学講師. 平成 4 年同大学助教授. 平成 9 年早稲田大学理工学部経営システム工学科教授, 現在に至る. 知識情報処理および情報理論とその応用に関する研究に従事. 工学博士. IEEE, 電子情報通信学会, 人工知能学会, 情報理論とその応用学会等会員.



平澤 茂一 (正会員)

昭和 36 年早稲田大学理工学部数学科卒業. 昭和 38 年同電気通信学科卒業. 同年三菱電機 (株) 入社. 昭和 56 年早稲田大学理工学部工業経営学科 (現在, 経営システム工学科) 教授, 現在に至る. 情報理論とその応用, データ伝送方式, ならびに計算機応用システムの開発等の研究に従事. 工学博士. 昭和 60 年ハンガリー科学アカデミー, 昭和 61 年伊トリエステ大学客員研究員. 平成 5 年電子情報通信学会小林記念特別賞, 業績賞受賞. IEEE Fellow, 電子情報通信学会, 情報理論とその応用学会, 人工知能学会, OR 学会, 日本経営工学会等会員.

実は, 式 (8) の条件付き確率と最尤推定量の両者はダイバージェンスと密接に関係している.