

Hough 変換による衝突型粒子飛跡の抽出

5L-8

馬渡博司<sup>a</sup>、欧瓊<sup>b</sup>、小野厚夫<sup>b,c</sup>

<sup>a</sup>高エネルギー物理学研究所、<sup>b</sup>神戸大学大学院自然科学研究科、<sup>c</sup>神戸大学国際文化学部

1. はじめに

画像に含まれる直線、曲線、および図形要素の抽出に Hough 変換が有効であることはよく知られている。これまで、円ないしは円弧についても多くの研究がなされているが、そのほとんどは半径が画枠の長さ程度か、それ以下の小さな円を対象としたものである。

それに対して、原子核、素粒子実験で得られる粒子は、磁場を印加した場合に円弧を描くが、運動量の小さな粒子はエネルギー損失によって小円ではなく、らせんになる。このため、飛跡の検出対象となるのはもっぱら半径の大きな円弧である。

そこでここでは、定点を通る半径の大きな円弧群を抽出の対象として、衝突型加速器でえられる素粒子の飛跡の抽出に対する Hough 変換の適用性について述べる。

2. 素粒子飛跡解析と Hough 変換の関連

Hough 変換は元々泡箱写真自動測定装置として初期に実用化された HPD (Hough-Powell Device) <sup>[1]</sup> の一方の開発者である Hough の考案に基づいている。Hough はその原理を特許 <sup>[2]</sup> と

Trajectory recognition in colliding beam track chambers by using Hough transform.  
Hiroshi Mawatari<sup>a</sup>, Qiong Ou<sup>b</sup>, Atsuo Ono<sup>b,c</sup>

<sup>a</sup> KEK, National Laboratory for High Energy Physics, Ibaraki-ken 305, Japan

<sup>b</sup> Graduate School of Science and Technology, Kobe University, Nada-ku, Kobe 657, Japan

<sup>c</sup> Faculty of Cross-Cultural Studies, Kobe University, Nada-ku, Kobe 657, Japan

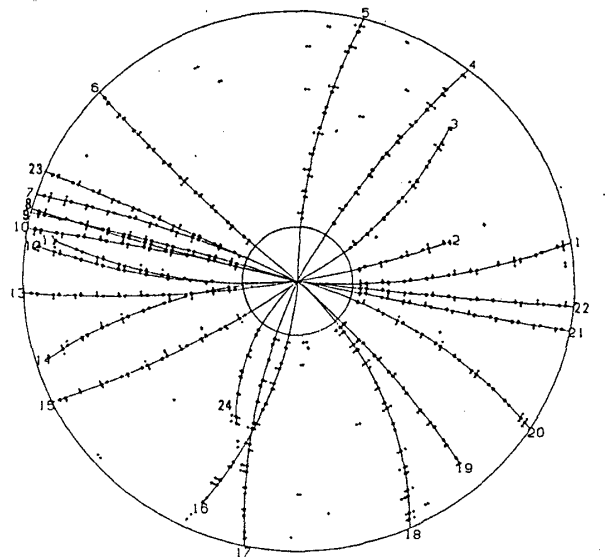
して申請し、論文としては公表しなかったため、素粒子物理の関係者でその原理について知る人は少ない。

この論文の著者の一人である小野は衝突型の加速器の track chamber で粒子飛跡を再構成するグローバルな変換方式 <sup>[3]</sup> を提案したが、その後の我々の再検討で、この方式は Hough 変換に分類されるべきものであり、しかも Hough 変換の原理からもっと体系だてて扱うことができることがわかったため、改めてこの見地からこの問題を取り上げる。

3. 原点を通る円弧に対する Hough 変換

衝突型の加速器実験で得られる測定例を図 1 に

図 1 衝突型加速器実験でえられる粒子飛跡



示す。衝突点(反応点)はほぼ固定している。また、素粒子反応で検出の主な対象となる粒子の軌跡は、半径の大きな円に属した円弧である。そこでここでは、原点を通る円弧だけを問題にする。

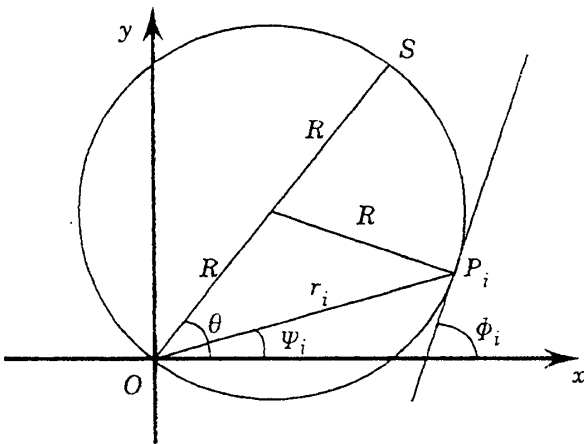


図2 原点を通る円

図2に示すように、原点を $O$ とし、極座標 $(r_i, \psi_i)$ で与えられる点 $P_i$ が直径 $OS$ で表される半径 $R$ の円上の点であるとすれば、

$$r_i = 2R \cos(\theta - \psi_i) \quad (1)$$

が成り立つ。ここで、 $\theta$ はベクトル $OS$ が $x$ 軸となす角度である。いま $C = 1/2R$ とおけば、(1)式は

$$C = 1/r_i \cos(\theta - \psi_i) \quad (2)$$

と書き直すことができ、 $C$ は $\theta$ の一価関数である。したがって、パラメータ $(C, \theta)$ の空間で、各測定点ごとに式(2)で表される三角関数を描けば(投影すれば)、同一円上にある点群の投影曲線群は一点で交わるはずであり、その交点の $(C, \theta)$ が元の円のパラメータを与える。

#### 4. 線分要素が抽出できる場合

円弧上の線分要素が抽出でき、位置だけでなく、勾配もわかれば、扱いはもっと簡単になる。

いま、点 $P_i$ における線分要素の勾配を $\phi_i$ とする。もしこの線分が原点を通る円の要素であれば

$$\theta = 2\psi_i - \phi_i + \pi/2 \quad (3)$$

これを式(2)に代入すれば

$$C = 1/r_i \sin(\psi_i - \phi_i) \quad (4)$$

したがって、点 $P_i$ で線分要素の $(r_i, \psi_i, \phi_i)$ が既知であれば、原点を通る円のパラメータ $(C, \theta)$ は、

式(3), (4)から直接算出することができる。

ところで、現実の問題では、 $r$ と $\psi$ は比較的精度良く求めることができるが、 $\phi$ は不正確なことが多い。いま点 $P_i$ が原点を通る円上にあり、 $r_i$ と $\psi_i$ の測定誤差が無視できるほど小さいと仮定すれば、元の円のパラメータは式(2)の曲線で与えられる。 $\phi_i$ の誤差が無視できれば、パラメータの値は式(3), (4)で与えられる曲線上の一点で示されるが、誤差が増すにつれて、この点から離れた式(2)の曲線上の点で示されることになる。

したがって、勾配の誤差を $\Delta\phi$ とすれば、式(3)で与えられる $\theta$ の近傍部分である $\theta - 2\Delta\phi \sim \theta + 2\Delta\phi$ の範囲程度に限定して式(2)で与えられる曲線の通る配列要素に投票を行えばよい。

track chamber に対する適用例は、文献<sup>[3]</sup>に示されている。

#### 5. 直線との類似性

ところで、原点を通る円弧に対する上記の関係式は、極めて直線の場合と類似していることに注目する必要がある。すなわち、原点から直線に引いた垂線のベクトルの距離を $\rho$ 、角度を $\theta$ とすれば、点 $P_i$ を通る直線は

$$\rho = r_i \cos(\theta - \phi_i) \quad (5)$$

また点 $P_i$ について $(r_i, \psi_i, \phi_i)$ が既知であれば、

$$\rho = r_i \sin(\psi_i - \phi_i) \quad (6)$$

したがって、パラメータ $(\rho, \theta)$ を用いた直線のHough変換に対して開発されている高速化等のアルゴリズムの多くは、原点を通る円弧に適用することができる。

#### References

- [1] P. V. C. Hough and B. W. Powell, Nuovo Cimento 18 (1960) 1184.
- [2] P. V. C. Hough, U.S. Patent 3069654 (1962).
- [3] Y. Noguchi and A. Ono, Nucl. Instr. and Meth. A253 (1986) 27.