

ファジィ推論におけるルールの解析的導出

2T-1

長井 寛志 宮内 新 石川 知雄
 武蔵工業大学 工学部

1 はじめに

ファジィ推論は知識を if-then 形式のルールとして蓄えこれを推論規則として用いるため、あいまいな表現の知識の記述性に優れている。その反面、ルールを作成する際には、ルールを作成したあとに出力の調整を行なうチューニングの作業が必要となる。このチューニングは逐次的な繰り返しの作業であるためルール作成のネックとなっており、ファジィ推論における if-then ルールを自動作成する方法が望まれており、いくつかの研究が行なわれている [3]。我々は [1][2] で、「教師データ」をクラスター分割し、そのクラスターからルールをチューニングする方法について検討した。本稿では、ファジィ推論のルールを自動作成する一手法として「教師データ」を用いて解析的にルールを導出する方法について述べる。

2 ファジィ推論

ファジィ推論は推論規則を if-then 形式のルールとして用いる。i 番目のルール $R_i (i = 1, 2, \dots, n)$ の形式は一般に以下のようなものとなる。

$$R_i: \text{if } x_1 \text{ is } A_1^i \text{ and } x_2 \text{ is } A_2^i \text{ and } \dots \\ \text{then } y_i = a_0^i + a_1^i x_1 + \dots \quad (1)$$

ここで、 $x_j (j = 1, 2, \dots, m)$ は入力、 y_i は後件部の値、 A_j^i はファジィ変数、 a_j^i は入力に対する係数である。以上のようなルールから求まるファジィ推論の出力 y は、各ルールの前件部の適合度を μ_i とすると

$$\mu_i = \prod_j A_j^i(x_j) \quad (2)$$

$$y = \frac{\sum_i \mu_i y_i}{\sum_i \mu_i} \quad (3)$$

Analytic extraction of fuzzy inference rules
 Hiroshi NAGAI, Arata MIYAUCHI, Tomo ISHIKAWA
 Musashi Institute of Technology

で求まる。

3 ルールのモデル

解析的に導出をするためにはファジィ変数のメンバーシップ関数は計算の都合上、微分可能な関数である必要がある。そこで、ルール i の前件部のファジィ変数のメンバーシップ関数は以下のように定める。

$$f_i(x) = \exp \left\{ -\frac{(x - a_i)^2}{2v_i} \right\} \quad (4)$$

これは下図のような吊り鐘型で最大値が1になるような関数である(図1)。また後件部は計算を簡単にするため、ファジィ集合ではなく位置を A_i 、重みを B_i のように簡略化したモデルとする。よって、もっとも簡潔なファジィ推論である1入力1出力のファジィ推論の出力の式は以下ようになる。

$$y(x) = \frac{\sum_i^n (A_i B_i f_i(x))}{\sum_i^n (B_i f_i(x))} \quad (5)$$

この式を基に、解析的導出を行なう。

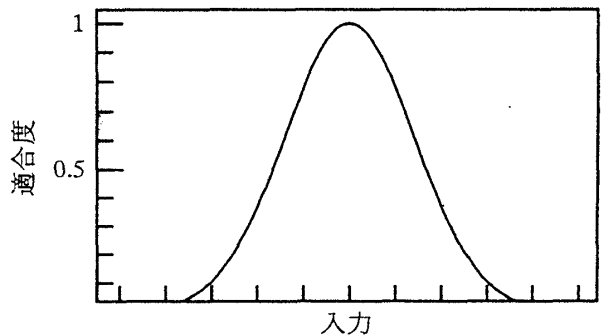


図1: メンバーシップ関数のモデル

4 導出の方法

ファジィ出力の式と教師データをもとにルールを決めるパラメータを導出する。その方法として最小二乗法を用いる。最小二乗法を用いることによって、教師

データと誤差がもっとも少なくなるようなルールが導出される。つまり、チューニングなしに最適なルールが導出できることになる。実際の手順としては以下のとおりである。

1. ファジィの出力の値と教師データの出力の値の誤差の二乗和 (E) の式を求めておく。
2. E を求めたいパラメータでそれぞれ偏微分する。
3. 偏微分したすべての式の連立方程式を解く。

X_k, Y_k を教師データ, a_i, v_i, A_i, B_i を求めたいパラメータとすると, 最小二乗法によるパラメータの導出の式は

$$E = \sum (Y_k - y(X_k))^2 \quad (6)$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_i} = 0, \frac{\partial E}{\partial v_i} = 0, \frac{\partial E}{\partial A_i} = 0, \frac{\partial E}{\partial B_i} = 0 \quad (7)$$

と書くことができる。すべてのルールでこれらの式をたて、その連立方程式を解くことでパラメータが求められ、ルールが決定される。

5 実験

ルール数を 2, 1 入力 1 出力 (共に 0~1 の範囲) として実験をした。連立方程式を解く方法として最急降下法を用いている。その際、各パラメータに関して大まかなステップで全探索し、誤差の少ない値を初期値として用いることで極端な局所解に陥るのを防いでいる。導出したルールを評価するために、導出したルールで推論し教師データとの誤差の二乗平均 (MSE) を求め、この値を評価値として用いた。同様に二乗誤差の最大値 (SE_{max}) も求めた。例 1, 例 2, 例 3 はルールを 2 として導出したいパラメータでつくった教師データを用いた導出結果, 例 4 は \cos 波形の半波を教師データとして用いた導出結果である。導出した結果を図 2, 表 1 に示す。

6 おわりに

ファジィ推論のルールを導出する際に、チューニングを省略するために、解析的に導出する方法について

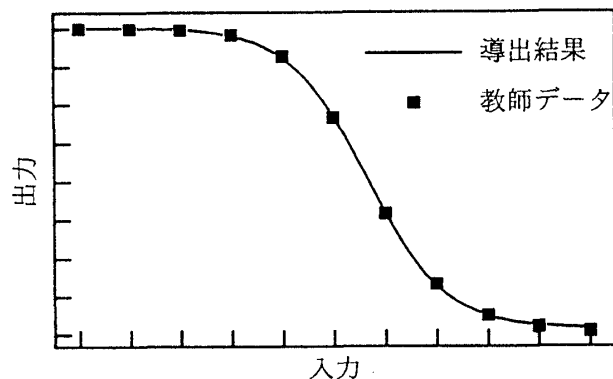


図 2: 導出したルールの例 (例 1)

表 1: MSE と SE_{max}

	MSE	SE_{max}
例 1	8.51×10^{-6}	1.69×10^{-5}
例 2	4.24×10^{-4}	9.08×10^{-4}
例 3	3.95×10^{-6}	1.20×10^{-5}
例 4	1.84×10^{-2}	5.62×10^{-2}

述べた。少ないルールの導出については、最小二乗法を用いているため良好なルールを導出できる。しかし、この方法ではルール数が多くなるにつれてパラメータ数も比例して多くなるため、連立方程式を解くのが困難である。そのため、非常に多くのルールを必要とする場合などには適応できない。現在、多くのルールに対応する方法について検討中である。

参考文献

- [1] 下田睦, 石川知雄, 宮内新, “ファジィ推論における If-then ルールの導出”, 情処研報, Vol.91, No.2 (1991.1).
- [2] 亀岡義治, 石川知雄, 宮内新, “ファジィ推論における If-then ルールの導出 (2)”, 情報処理学会第 44 回全国大会.
- [3] 中森義輝, “ファジィモデリング”, 情報処理学誌, vol.34, No.1 (1993.1).