

# ポリゴンメッシュの離散的な助変数化を用いた変形操作

栗山 繁<sup>†</sup> 金子 豊久<sup>†</sup>

近年、多面体で表現される曲面に関して、曲面形状の歪みを考慮しながら、2次元座標空間で定義される助変数に各頂点を埋め込む手法が提案されている。この助変数化に用いられる離散的な平滑化計算は、頂点数の自乗オーダーの計算量で線形システムを解かねばならず、頂点数の多い曲面の対話的な変形操作へ応用するには不向きである。したがって本研究では、グラフの最短距離探索と離散的な正規化により計算した近似値を用いて、平滑化のための繰返し計算を速く収束させる手法を提案する。本論文の提案する効率的な助変数化により、従来より解析曲面に対して適用されてきた、2次元格子状に配置された制御点を用いた変形操作と、特徴形状の貼り付けによる変形操作を、多面体近似される任意の曲面に対して施すことが可能となる。

## Deformations of Polygonal Meshes Using Discrete Parametrization

SHIGERU KURIYAMA<sup>†</sup> and TOYOHISA KANEKO<sup>†</sup>

Recently proposed methods of parameterizing polygonal meshes embed each vertex into a two-dimensional parametric space while considering distortions of the curved shapes. A discrete smoothing method used for the parametrization is unsuitable for interactive manipulations of dense meshes because its computational cost for solving a linear system is square order of the number of the vertices. We therefore reduce the number of iterative calculations for smoothing by using an approximation based on a graph-searching of minimum paths and a discrete normalization. This efficient parametrization allows deformations used for analytic surfaces to meshes of arbitrary types, where the deformations are done by manipulating two-dimensional lattices of control points and by using functions for pasting features.

### 1. はじめに

多角形(または、ポリゴン)のメッシュで構成される多面体曲面(以後、ポリゴンメッシュ)は曲面形状の最も基本的な表現形式であり、通常は各頂点に対する幾何学的な制約条件がないので、柔軟な形状操作が可能である。しかし、その頂点を直接操作で移動させる際に形状の視覚的な滑らかさを維持するためには、頂点相互の微妙な位置関係の調節が必要となるので、一般的には連続な写像関数を用いて頂点群を移動させる方法が用いられている。

Sederbergら<sup>1)</sup>は Free-Form Deformation(以後、FFD)と呼ばれる、3次元助変数空間での変換写像を用いたメッシュの変形手法を提案した。この手法は変形領域を包含する3次元格子点の操作により領域内の空間を変形し、それに応じて領域に含まれるメッシュに類似の変形を施す。また、FFDの変形領域の定義を

拡張する手法<sup>2),3)</sup>や、ポリゴン頂点の移動量を3次元格子点の移動量に変換する手法<sup>4)</sup>等が提案されている。しかしながら、3次元空間の写像に基づくFFDは、2次元格子状に配置される制御点を用いた変形(たとえば、B-スプライン基底の再分割を用いたモデル<sup>5)</sup>)と比較して操作すべき制御点の数が多く、メッシュ上に張られる2次元座標空間と3次元助変数空間との直観的な対応が得にくい。また、メッシュの変形領域内での配置場所が変形の結果に影響を与えるので、格子点の移動に対する変形の一意性が保たれない。これらの問題点により、FFDは形状の大域的な変形には適しているが、曲面の一部分だけを対象とした局所的な変形には必ずしも適していないと考えられる。

Singhら<sup>6)</sup>はポリゴンメッシュ上に張られる曲線網を操作することにより形状を直観的に変形する手法を提案した。しかしこの手法は、各頂点の曲線網からの距離によって助変数の値が計算されるので、平坦でないメッシュの場合、頂点間の3次元空間での距離と埋め込まれた助変数空間での距離が線形に対応していない。したがって、この写像の歪みが変形操作に対する

<sup>†</sup> 豊橋技術科学大学情報工学系

Department of Information & Computer Sciences,  
Toyohashi University of Technology

直観性を欠く原因となってしまう。

近年、ポリゴンメッシュの再構成やテクスチャマッピング等に対して、メッシュの離散的な助変数化が提案されている。Eckら<sup>7)</sup>は、ポリゴンメッシュをB-スプライン曲面に変換するのに、調和写像を用いた助変数化を提案した。しかしこの手法は、三辺形領域で定義される助変数空間を四辺形領域に変換するために、歪みの計量に基づくグラフ符合問題を解かねばならず、ポリゴンメッシュの複雑度が増すにつれ多くの計算量が必要とされる。Krishnamurthyら<sup>8)</sup>は、B-スプライン曲面への変換にメッシュ上に等間隔に配置される等値曲線を用いた助変数化を提案したが、この手法は先鋭な形状部において計算が不安定になることが予想され、大きさの不均一なポリゴンで構成されるメッシュに対しては計算に効率性を欠く。Leeら<sup>9)</sup>は、ポリゴンメッシュの再構成に対して、Loopの再分割手法による階層的な平滑化を用いた助変数化を提案した。この手法は、ポリゴンメッシュを粗く近似した三角形領域での最適な重心座標系を求めるものであり、その四角形領域(すなわち、デカルト座標系)への埋め込みには、Eckらの手法と同様の複雑な変換が必要とされる。

Floater<sup>10)</sup>は曲面の再構成に、隣接する頂点の凸組合せによる平滑化を用いた助変数化を提案した。この助変数化は、組合せの際に用いられる重み係数の決定法により、均一(uniform)、コード長(chord-length)、形状保存(shape-preserving)に分類され、形状保存が最も滑らかに形状を再構成することが示された。Lévyら<sup>11)</sup>は、歪みのないテクスチャマッピングに対して、勾配値をも考慮した平滑化による助変数化を提案した。この手法は一様性と直交性の制約条件を平滑化の条件に加えることにより、助変数化の計算に柔軟性を与えているが、一様性と直交性の条件は互いに影響を及ぼし合う関係にあり、その影響度の比率をユーザが直接指定しなければならない。また、直交性の条件はテクスチャマッピングに対しては直観的な指標となるが、形状の変形に対してはさほど重要ではないと考えられる。しかも、一様性の条件だけを考慮した平滑化は、Floaterによるコード長を用いた平滑化と等価なものと見なされる。以上の理由により、本研究ではポリゴンメッシュの離散的な助変数化にFloaterの手法を用いる。

変形操作の対象となるポリゴンメッシュは、滑らかな形状を表現するために通常は多くのポリゴン(あるいは頂点)で構成される。しかし、平滑化に基づく助変数化はポリゴンの頂点数の自乗に比例した計算量が

必要とされるので、頂点数の膨大なメッシュを助変数化する際には、対話的な操作に支障となる遅延が生じてしまう。したがって我々は、Floaterの助変数化を加速させるために、グラフ探索のアルゴリズムを導入する。また、この助変数化に適した変形操作として、2次元格子の操作と特徴形状の貼付に基づく変形モデルを導入する。これらの変形はオフセット量を定義する関数で与えられ、その値はメッシュの頂点数に比例する計算量で求められる。したがって、導入する変形モデルは、対話的な操作に適している。

本論文では、まず最初にポリゴンメッシュを離散的な平滑化を用いて助変数化する手法を解説し、次にこの平滑化に用いられる繰返し計算を加速する手法を提案する。また、変形領域の操作方法について述べ、最後にこの助変数化を応用した形状の変形手法について述べる。

## 2. 離散的な助変数化

ポリゴンメッシュは、曲面形状を区分的に線形近似したものであり、その形状と位相を表すのに、多面体を構成する頂点の位置座標と頂点間の接続関係が用いられる。ここでポリゴンメッシュを構成する*i*番目の頂点の3次元空間での座標値を $P_i$ とし、 $(u_i, v_i)$ を曲面上の局所的な2次元座標空間で定義される頂点 $P_i$ に対する助変数の値とする。ここで、ポリゴンメッシュと同じ位相を有し、助変数 $u_i$ または $v_i$ の値で張られるスカラー曲面をu-曲面またはv-曲面と呼び、これらを総称してuv-曲面と呼ぶ。v-曲面はu-曲面と同様に生成されるので、以後u-曲面の生成だけについて説明する。

### 2.1 離散的な平滑化

u-曲面は、変形されるメッシュの曲面上に沿った距離計量を反映した、滑らかな形状であることが望ましい。Floater<sup>10)</sup>は三角形メッシュに対する助変数値の分布の滑らかさを保証する条件として、凸組合せを用いた以下の関係式を提案した。

$$u_i = \sum_{j \in C_i} \lambda_j u_j, \quad \sum_{j \in C_i} \lambda_j = 1 \quad (1)$$

ただし、 $C_i$ は頂点 $P_i$ と隣接する頂点の添字番号の集合である。u-曲面を平滑化する繰返し計算は、式(1)の条件を満たすように、以下の式で構成される。

$$u_i \leftarrow k u_i + (1 - k) \sum_{j \in C_i} \lambda_j u_j \quad (2)$$

ここで、定数 $k$ は繰返し計算の収束を保証するため

に  $0 < k < 1$  の範囲に設定される．この定数の値は，式 (1) で与えられる線形システムの固有値を解析して最適化<sup>12)</sup>することが可能であるが，密な頂点で構成されるポリゴンメッシュに対しては  $k \approx 0.01 - 0.1$  程度に設定し，疎なメッシュに対してはそれよりも若干大きめに設定すると，より少ない繰返し回数で式 (2) が収束することが経験的に確認された．ただし繰返し計算の収束は，ポリゴンの詳細度に応じて閾値  $\tau$  を決定し， $u_i$  の値の補正值がすべての頂点に対してその閾値以下になる条件  $\forall P_i, |\sum_{j \in C_i} \lambda_j u_j - u_i| < \tau$  で判定する．

同様な平滑化の手法が，ポリゴンメッシュの平滑化<sup>13),14)</sup>および多重解像度での形状の変形操作<sup>15)</sup>等で提案されている．

## 2.2 形状保存助変数化

重み係数  $\lambda_j$  の値は 1 を分割する任意の正值をとりますが，隣接する頂点間のユークリッド距離 (または，コード長) を用いて，

$$\lambda_j = \frac{\|P_j - P_i\|^{-1}}{\sum_{l \in C_i} \|P_l - P_i\|^{-1}}$$

のように設定すれば (ただし， $\|\cdot\|^{-1}$  はベクトル長の逆数) メッシュの曲面上の距離計量を考慮した平滑化となる．Floater はこのコード長による平滑化をさらに改良したモデルとして，重心座標系の線形和で重み係数を計算する，形状保存 (shape-preserving) の基準を用いた助変数化<sup>10)</sup>を提案した．以下にその概要について説明するが，詳しい理論的背景については，文献 10) を参照されたい．

頂点  $P_i$  と隣接する頂点  $P_{j \in C_i}$  は， $P_i$  との距離を保存し，なおかつ  $P_i$  を共有するポリゴンの辺が成す角を等比率で縮小させるように，2 次元座標点  $X_j$  に以下の式で投影される．

$$X_j = (L_j \cos(2\pi \omega_j), L_j \sin(2\pi \omega_j)),$$

$$L_j = \|P_j - P_i\|, \quad \omega_j = \theta_j / \sum_{l \in C_i} \theta_l,$$

$$\theta_0 = 0, \quad \theta_{j+1} - \theta_j = (P_{j+1} - P_i) \wedge (P_j - P_i)$$

ここで， $A \wedge B$  はベクトル  $A$  と  $B$  が成す角度を表し，添字  $j$  は頂点  $P_j$  と  $P_{j+1}$  が共通のポリゴンに含まれるように順序づけられているものとする．次に，投影点  $X_i$  における三角領域  $\Delta_j \in C_i$  に関する重心座標系を求める．ただし， $\Delta_j$  は 3 頂点  $X_j, X_{\varphi_j}$ ，および  $X_{\varphi_j+1}$  で構成され，投影点  $X_{\varphi_j}$  と  $X_{\varphi_j+1}$  は，投影点  $X_j$  とともに  $X_i$  を内部に含むように選択される．ここで， $(\epsilon_0, \epsilon_1, \epsilon_2)$  は  $(j, \varphi_j, \varphi_j + 1)$  の順列を表すものとし，式 (1) における係数  $\lambda_j$  の値を以下の

式で計算する．

$$\lambda_j = \frac{\sum_{l=1}^{n_i} b_l^j}{n_i}, \quad b_{\epsilon_0}^j = \frac{\text{area}(X_i, X_{\epsilon_1}, X_{\epsilon_2})}{\text{area}(X_j, X_{\varphi_j}, X_{\varphi_j+1})}$$

ただし， $b_{\epsilon_0}^j$  は隣接する頂点の投影点  $X_{\epsilon_0}$  に対する三角領域  $\Delta_j$  上での重心座標系を， $n_i$  は頂点  $P_i$  と隣接する頂点の数を，および関数  $\text{area}()$  はその引数である 3 頂点から構成される三角形の面積を表す．形状保存による平滑化は，曲面を構成するポリゴンの形状や大きさが著しく不均等な (以下，このようなポリゴンメッシュを不規則なメッシュと呼ぶ) 場合に，コード長によるものと比較して形状をより滑らかに再構成することが確認されている．

## 2.3 境界条件

平滑化を用いた助変数化は変形領域のすべての境界において拘束条件を必要とする．したがって，変形領域を囲む四辺形の境界に対して，対向する一対の境界上のすべての頂点に対しては  $u = 0$  と  $u = 1$  の値を固定し，他の対の境界上ではコード長を用いて線形に補間された値  $0 \leq u \leq 1$  を以下のように固定する．

$$u_0 = 0, \quad u_{i+1} - u_i = \frac{\|Q_{i+1} - Q_i\|}{\sum_{l=0}^{n^B-1} \|Q_{l+1} - Q_l\|}$$

ここで  $Q_i, i = 0, 1, \dots, n^B$  は境界を指定する折れ線を構成する  $i$  番目の頂点を表す．これらの拘束条件は  $u$  の変数空間を正規化する．また，拘束条件を入れ換えることにより  $v$  の変数空間の正規化も同様に導かれる．

四辺の境界線を変形の対象となるポリゴンの辺だけから構成すると，形状に滑らかさを欠く折れ線となってしまう， $u$ -曲面の勾配値がその境界付近で滑らかさを欠く原因となってしまう．一方，境界線が滑らかな形状になるようにポリゴン辺の選択方法に制約を加えると，変形領域の形状がポリゴンメッシュの分割パターンに依存して制限されてしまう．したがって，ポリゴンの辺上に図 3 の白丸のような点を追加して滑らかな境界線を生成し (その生成方法については後述する)，追加された頂点における変数  $(u, v)$  の値をその境界の拘束条件に従って決定する．ただし，頂点は  $uv$ -曲面に対してだけ追加されるので，変形されるポリゴンメッシュの構成には影響を与えない．

式 (2) の繰返し計算は，変形領域内に含まれる頂点だけを計算対象にすることにより，局所的な計算が可能になる．しかしながら，領域外のすべての頂点を計算から除外すると，変形領域の境界付近において  $u$ -曲面の勾配が不連続になるので，境界から外側に向かって 2 層から 3 層分の頂点を計算対象に含めて勾配値の不連続性を緩和する．

### 3. 助変数化の加速

変形領域の助変数化で用いられる平滑化の計算には、対話的な変形操作に支障が生じない程度の高速度性が要求される。しかしながら、式(1)で与えられる線形システムを解くにはポリゴンメッシュの頂点数の自乗のオーダーの計算量が必要とされる。

$uv$ -曲面を階層的に平滑化すれば計算回数を大幅に削減でき<sup>14),15)</sup>、最適な場合には繰返し数を一定数以下に抑えることが可能となる。これは、粗いレベルの階層における計算結果が次の詳細なレベルの階層における計算の初期値として用いられることにより、その収束が早まることに起因する。しかしながら、ポリゴンメッシュを階層的に構成すると変形領域の選択範囲が制限を受けてしまう。一方、変形領域を任意に指定すれば、その領域に従ってメッシュを階層的に再構成するために多くの計算量が必要とされる。以上の理由により、階層的な方法は柔軟性と効率性がともに要求される変形操作環境には適用できない。そこで我々は、メッシュの構成を変更せずに、平滑化の計算量を低減する手法を提案する。

#### 3.1 グラフの探索による最小距離の推定

形状保存法(あるいは、コード長法)による助変数化は  $\Omega$  で表される同相写像で表され、これは概念的に  $\Omega = \Psi * \Phi$  のように2つの写像成分に分解できる。ただし、記号  $\Phi$  は四辺形領域内の頂点群をポリゴンの辺長の比を保存したまま平面上に投影変換する等長写像を表し、記号  $\Psi$  はこの平面上に投影された変形領域を正規化された  $(u, v)$  変数空間に変換する写像を表す(図1を参照せよ)。我々は写像  $\Phi$  と  $\Psi$  を各々、境界からの最小距離の計算と離散的な正規化で近似する。ただし、これらの近似に要する計算量は、式(1)の求解に要する量と比較して無視できる程度に少なくする。また、より精度の高い値を得るために、得られた近似値は繰返し計算式(2)の初期値として用いられる。

まず最初に、 $u = 0$ (あるいは  $v = 0$ )に相当する境界からの距離を、Dijkstraの最短距離探索アルゴリズム<sup>16)</sup>を用いて計算する。ただし、 $u = 0$ 境界上のすべての頂点を仮想的な出発点と距離0で接続し、その境界に含まれない他の頂点の距離を無限大で初期化する。ここで、ポリゴンの頂点間の接続関係を双方向グラフと見なして最小距離を探索する。ただし、ポリゴンの各辺に対するコスト(すなわち距離)は、頂点間のコード長  $\|P_i - P_j\|$  で与えるものとする。Dijkstraのアルゴリズムの計算のオーダーは、辺と頂点の総数

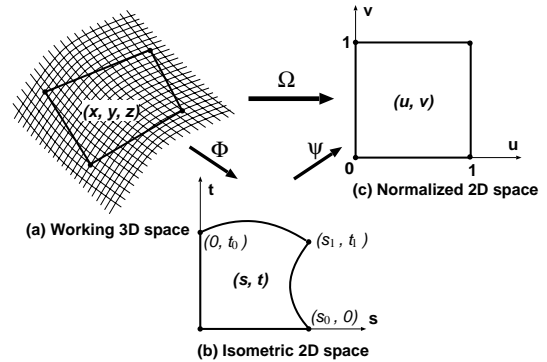


図1 助変数化過程の分解

Fig. 1 Decomposition of a mapping.

を各々  $E$  と  $N$  で表すと、優先度付き待ち行列を用いた場合に  $O(E \log N)$  となる。ただし、ポリゴンメッシュの各頂点と隣接する頂点の数は一定数以下と見なせるので、 $E$  の値は  $N$  に比例し  $O(N \log N)$  の計算コストが導かれる。したがって最短路の探索に要する計算のコストは、表1に示すように平滑化の繰返し計算に要するコストと比較して無視できるほど小さいものとなる。各頂点における最短路に沿ったコストは境界  $u = 0$ (または  $v = 0$ )からの最短距離を近似し、図1(b)で示される等長写像での2次元座標  $s$ (または  $t$ )の値を与える。

#### 3.2 離散的な正規化

次に、前節の方法で各頂点に対して求めた変数  $(s_i, t_i)$  の値が、正規化された変数  $(u_i, v_i)$  の値を双線形に変換して得られるものと仮定して、以下の関係を導く。

$$\begin{aligned} s_i &= (s_0 + (s_1 - s_0)v_i)u_i, \\ t_i &= (t_0 + (t_1 - t_0)u_i)v_i \end{aligned} \quad (3)$$

ただし、 $(s_0, 0)$ 、 $(0, t_0)$ 、および  $(s_1, t_1)$  は正規化変数  $(u, v)$  の値が  $(1, 0)$ 、 $(0, 1)$  および  $(1, 1)$  に対応する領域の隅での変数  $(s, t)$  の値を表す(図1(b)を参照)。式(3)は変数  $u_i$  または  $v_i$  に関する2次方程式となり、その係数の値は各頂点における  $(s_i, t_i)$  の値により決定される。次に、その2次方程式を解いて得られた  $(u_i, v_i)$  の値を、以下の繰返し計算を用いて補正する。

$$\begin{aligned} u_i &\leftarrow k u_i + (1 - k) s_i / S(v_i), \\ v_i &\leftarrow k v_i + (1 - k) t_i / T(u_i) \end{aligned} \quad (4)$$

ただし、定数  $k$  の値は式(2)と同様に設定される。また、関数  $S(v_i)$ (または  $T(u_i)$ )は  $s_i$ (または  $t_i$ )の変数値  $v_i$ (または  $u_i$ )における  $u_i$ (または  $v_i$ )に対するスケール値を表し、 $u = 1$ (または  $v = 1$ )の境界上に存在する頂点の  $s$ (または  $t$ )の値を  $v$  方

表 1 平滑化の計算コスト  
Table 1 Computational costs of smoothing.

データ	頂点数	加速計算あり		加速計算なし	
		時間 (秒)	繰返数	時間 (秒)	繰返数
(a)	5315	2.11 [0.35]	(67, 39)	22.82	(618, 563)
(b)	6910	4.51 [0.8]	(87, 65)	46.57	(727, 878)
(c) 額	2595	0.49 [0.13]	(35, 20)	5.93	(388, 332)
(c) 鼻	3661	4.49 [0.24]	(150, 190)	12.23	(493, 447)

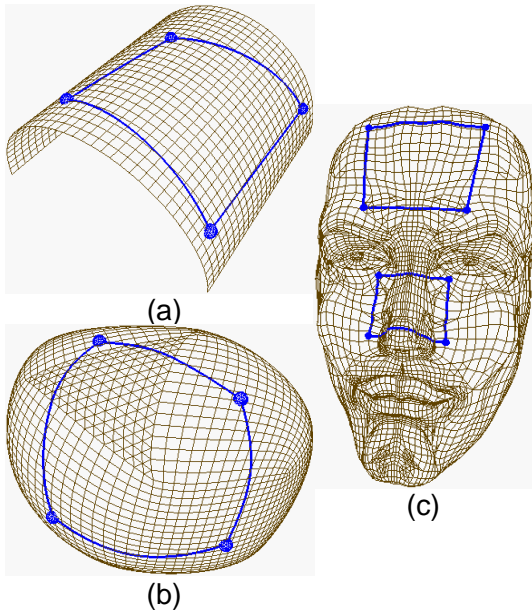


図 2 メッシュ上の変形領域の例

Fig. 2 Examples of deformable regions on meshes.

向 (または  $u$  方向) に線形に補間して得られる。変数  $(u_i, v_i)$  の値は式 (4) により繰り返し更新され、その補正値が式 (2) と同様にすべての頂点に対して一定の閾値以下になるまで繰り返す。極端に不規則なポリゴンメッシュでなければ、式 (4) の 2, 3 回の更新計算で十分な精度の近似値が得られることが経験的に確認された。

### 3.3 評価

表 1 に、図 2 のポリゴンメッシュに対する平滑化の加速を評価した結果を示す。表の第 1 列目にはポリゴンメッシュの種類を (ただし (c) のポリゴンメッシュは額と鼻の部分に各々変形領域を有する)、また第 2 列目には変形領域内に含まれる頂点の総数を示す。第 3, 4 列目には平滑化の収束までに要した計算時間 (秒単位で表示) と繰返し計算の回数を示す。ただし、加速のための近似値を初期値に用いた場合とすべての頂点に対して 0.5 の初期値を用いた場合の測定値が用いられ、加速計算の初期値を求める処理 (最短路の探索

と離散的な正規化) に要した計算時間は角括弧内に示されている。また、閾値  $\tau$  の値は  $10^{-4}$  に設定した。計算時間は R5000 (180 MHz) の中央演算処理装置を搭載するワークステーションで測定され、収束に要した更新計算の回数は  $u$ -曲面と  $v$ -曲面に対する値が個別に丸括弧内に示されている。

これらの測定結果により、加速化に用いられる初期値の計算コストは平滑化の計算コストと比較して無視できる程度に小さいことが認められる。また、比較的不規則なパターンを有するポリゴンメッシュ「(c) 鼻」を除くすべてのデータに対して 1/10 以下の所要時間の短縮化が達成されている。ただし、測定に使用されたポリゴンメッシュは、図 2 に線画表示されているポリゴンを相似形にさらに 4 分割 (したがって、面の数は 16 倍) したものをを用いた。

## 4. 変形領域の操作

### 4.1 境界曲線の生成

四角形の変形領域は曲面上に任意に指定できるが、この境界の簡略な生成法が望まれる。ここでは、ポリゴンを構成する頂点群から 4 隅の頂点  $W_i, i=1, 2, 3, 4$  を選ぶことにより領域を指定する。この 4 隅から境界線を生成する方法として、頂点对  $W_i$  と  $W_{i+1}$  を含みベクトル  $(W_i - W_{i+1})$  と  $(N_i + N_{i+1})$  で張られる平面とポリゴンメッシュの交線を計算することがあげられる。ただし、 $N_i$  は点  $W_i$  を共有するポリゴンの面法線ベクトルを平均化して計算する。境界曲線は図 3 のように、この平面とポリゴンの辺との交点からなる折れ線で生成されるが、交点が元のポリゴンの頂点と極端に近接している場合には、辺の縮退を避けるためにポリゴンの頂点を交点としてそのまま使用する (図 3 の併合される点に相当する)。

平面とポリゴンメッシュとの交線による境界の生成は簡略な操作を実現するが、より柔軟な境界曲線の指定方法も考えられる。その一例として、ベジエ曲線を掃引して得られる曲面とポリゴンメッシュの交線により境界曲線を指定する方法が考えられる。 $n$  次のベジエ曲線は連続する  $n$  個の制御点を指定することに

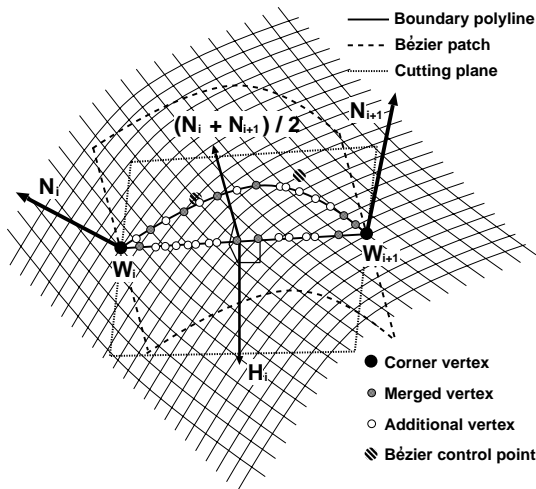


図3 境界曲線の生成  
Fig. 3 Generation of boundary polylines.

よって生成されるが、この曲線を端点の法線ベクトルを平均化した  $(N_i + N_{i+1})/2$  の方向に掃引することによってベジエ曲面を生成し ( 図3 を参照 ), この曲面とポリゴン辺との交点により境界の折れ線を生成する。ただし、ベジエ曲面と辺の交点はベジエクリッピング法<sup>17)</sup>によって効率良く計算される。B-スプライン曲線を用いた境界曲線の指定法<sup>8)</sup>も同様に柔軟な指定が可能である。

4.2 座標系の変換

これまでに述べてきた助変数化は座標空間をデカルト座標系に限定していたが、変形領域をさらに柔軟に指定するためには、極座標系や重心座標系も扱うことが望ましい。助変数  $(r, \theta)$  で表される極座標系は、スカラー曲面 ( すなわち  $r-\theta$ -曲面 ) を円周状の境界と中心点を固定して生成することが考えられる。しかしながら、式 (1) の条件で生成される  $r$ -曲面は曲面上の中心点からの距離に関する対数関数となり、助変数と距離との線形な対応関係を満たさない。また、曲面上に円周で囲まれる領域を指定するには、通常の2次元描画システムのように円周に外接する矩形領域で指定するのが直観的である。したがって、極座標系における助変数の値はデカルト座標系での値を計算した後に通常の座標変換を用いて求める。

頂点  $P_i$  における重心座標系での値  $(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$  は、隣の2頂点と頂点  $P_i$  で構成される三角領域の面積の比で計算される。したがって、ポリゴンメッシュ上の3点  $P_\alpha, P_\beta, P_\gamma$  で与えられる三角形領域に対して、頂点  $P_\beta$  と  $P_\gamma$  で構成される辺を  $\alpha = 0$  の境界と見なし、頂点  $P_\alpha$  を  $\alpha = 1$  の境界が縮退したものと見なし、 $\alpha$ -曲面を計算し、その値を  $\hat{\alpha}_i$  とする。次に、

境界条件を入れ換えながら同様にして  $\hat{\beta}_i$  と  $\hat{\gamma}_i$  の値を計算し、以下の式で頂点  $P_i$  における重心座標の値を計算する。

$$\chi_i = \frac{\hat{\chi}_i}{\hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_i + \hat{\gamma}_i}, \quad \chi = \alpha, \beta, \gamma$$

このようにして計算される重心座標値は、形状保存に基づいた平滑化の利点を継承する。

5. 形状の変形操作

本章では、以上に述べた離散的な助変数化を活用した形状の変形操作について述べる。まず、 $(u_i, v_i)$  に助変数化された頂点  $P_i$  を、変形にともない新たな位置  $P'_i$  に移動させるオフセット関数  $P'_i = P_i + F(u_i, v_i)$  を導入する。したがって、変形操作はオフセット関数  $F$  の構成法により分類される。本研究では2次元格子点を用いた操作と、特徴形状を表すスカラー関数を用いた操作を提案する。

5.1 2次元格子を用いた自由形式変形

FFD法はメッシュの各頂点を線形変換を用いて3次元助変数空間に埋め込み<sup>1)</sup>、3次元格子点の操作によりその空間を変形して頂点を移動させる。しかしながら、曲面上の一部分にふくらみやへこみを生成するだけの単純な変形操作に対しても、3次元格子を用いた場合は多くの制御点を操作しなければならないので、2次元格子を用いた変形操作も扱えることが望まれる。

ここで、 $N_p \times N_q$  の2次元格子状に配置されるベクトル  $O_{pq}$  を用いてオフセット関数を以下のように構成する。

$$F(u_i, v_i) = \sum_{p=1}^{N_p} \sum_{q=1}^{N_q} O_{pq} B_p(u_i) B_q(v_i)$$

ただし  $B_p(u_i)$  と  $B_q(v_i)$  は、 $u$  と  $v$  方向に関するベジエ多項式やB-スプライン等の基底関数を表す。従来のFFD法の制御点が変形後の座標値を直接与えるのに対して、我々の提案するFFD法は変形にともなうオフセット量を与える。

B-スプラインを基底関数として用いる場合、変数  $u$  と  $v$  の方向に対して終端条件  $k_1^u = k_{N_p}^u = 0$  と  $k_{N_p}^v = k_{N_q}^v = 1$  を課した節点ベクトル  $k_i^u$  と  $k_i^v$  を指定する必要がある。また境界における連続性は、境界から内側に  $L$  層分のベクトル  $O_{pq}$ 、 $1 \leq p, q \leq 1 + L$ 、 $N_p - L \leq p \leq N_p$ 、 $N_q - L \leq q \leq N_q$  の位置を0に固定することで保持される。ただし、連続性の次数は基底関数の次数と性質にも依存する。たとえば、3次のB-スプラインを基底に用いた場合、2次の連続



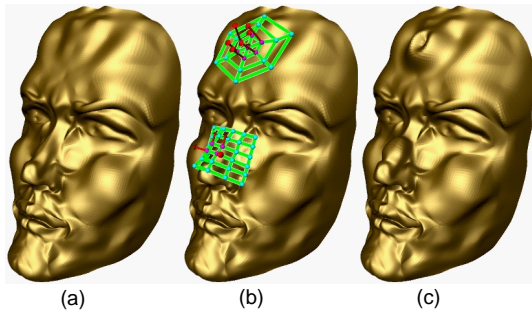


図4 2次元格子を用いた自由形式変形  
Fig. 4 Free-form deformations with 2D lattices.

性を保持するためには  $L = 2$  が必要十分な条件となる<sup>5)</sup>。本手法による変形は、デカルト座標系  $(u, v)$  を極座標系  $(r, \theta)$  に変換することにより、2次元同心円状の格子を用いた変形<sup>2)</sup>が可能となり、重心座標系を用いれば格子の構造はさらに拡張される<sup>3)</sup>。

図4に2次元格子を用いた変形操作の例を示す。ここで変形領域は図2(c)で示され、図4(a)は変形前のポリゴンメッシュを、図4(c)はその変形結果を表す。ただし、ポリゴンメッシュは面の構成が把握しやすいようにフラットシェーディング法で描画している。図4(b)の球は鼻と額部に各々矩形と同心円状に指定された格子点を、矢印はベクトル  $O_{pq}$  の値を示す。助変数化の計算には近似値を用いた加速手法と  $\tau = 10^{-4}$  の条件(表1を参照)を用い、基底関数には3次のB-スプラインを用いた。

## 5.2 特徴形状の貼り付け

形状を設計する際には、へこみやふくらみ等の単純化された特徴形状の組合せを用いると、直観的な変形操作が可能となる。デザイナーは、曲面上の任意の位置、向き、および大きさで指定した変形領域に特徴形状を貼り付けることにより、簡略かつ直観的な操作で形状を設計できる。B-スプライン曲面を貼り付ける手法<sup>18)</sup>と、その3次元空間での操作インタフェース<sup>19)</sup>が提案されたが、双2次元変換に基づく助変数化が曲面上の距離計量を考慮していないので、曲がりの著しい曲面を扱う際に不自然な歪みを生じてしまう。したがって本研究では、任意のポリゴンメッシュに対する特徴形状の貼り付けを、離散的な助変数化を用いて実現する。

B-スプライン曲面の形状の貼り付け操作<sup>18)</sup>は、各頂点において計算される局所的な座標枠を用いたベクトル値の写像関数でオフセット曲面を生成している。しかしながら、我々の助変数化は各頂点における  $u$  と  $v$  の勾配値を考慮しない<sup>11)</sup>ので、このような座標枠を決定できない、したがって本手法ではベクトル写像

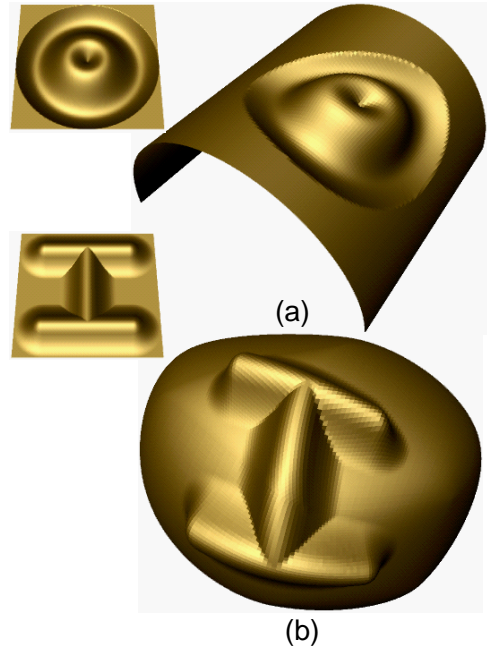


図5 特徴形状貼り付けの例  
Fig. 5 Examples of feature pastings.

関数の代わりに、各頂点  $P_i$  での法線ベクトル  $N_i$  に沿った変位量を表すスカラー関数  $G(u_i, v_i)$  を用いて  $F(u_i, v_i) = N_i G(u_i, v_i)$  のように定義する。ただし、法線ベクトル  $N_i$  の値は頂点を共有するポリゴン面の法線方向を平均化して求める。変位の方向を法線ベクトル方向に固定することにより、変形の対象となるメッシュの曲がりに沿った貼り付けが可能となるが、変形領域が急峻な凹形状を有する場合には貼り付けられた形状に不要な折り返しが生じてしまう。

図2の(a)と(b)で示されるポリゴンメッシュ上の変形領域に、特徴形状を貼り付けた例を図5に示す。ただし助変数化には、図4を生成する際と同じ条件を用いた。

## 6. おわりに

本論文では、任意のポリゴンメッシュに対する助変数化を用いた変形操作を提案した。助変数化の離散的な計算方法により、ポリゴンメッシュの分割パターンや詳細度とは無関係に変形領域が指定できる(ただし、領域の位相は円盤と同相なものに限定される)。また、最短路の探索と離散的な正規化により求めた初期値は平滑化計算の収束を速めるので、密なポリゴンメッシュに対しても数秒で助変数が計算される。その結果として、致命的な遅れをとまわらない対話的な速度での変形操作が可能となる。ただしその初期値の計算は、

不規則なポリゴンメッシュに対しては十分に少ない回数では収束しないので、その計算法の改善が今後の課題である。

### 参考文献

- 1) Sederberg, T.W. and Parry, S.R.: Free-Form Deformation of Solid Geometric Models, *SIGGRAPH'86*, pp.151-160 (1986).
- 2) Coquillart, S.: Extended Free-Form Deformation: A Sculpting Tool for 3D Geometric Modeling, *SIGGRAPH'90*, pp.187-196 (1990).
- 3) Maccracken, R. and Joy, K.I.: Free-Form Deformations with Lattices of Arbitrary Topology, *SIGGRAPH'96*, pp.181-188 (1996).
- 4) Hsu, W.M., Hughes, J.F. and Kaufman, H.: Direct Manipulation of Free-Form Deformations, *SIGGRAPH'92*, pp.177-184 (1992).
- 5) Forsey, D.R. and Bartels, R.H.: Hierarchical B-Spline Refinement, *SIGGRAPH'88*, pp.205-212 (1988).
- 6) Singh, K. and Fiume, E.: Wires: A Geometric Deformation Technique, *SIGGRAPH'98*, pp.405-414 (1998).
- 7) Eck, M. and Hoppe, H.: Automatic Reconstruction of B-Spline Surfaces of Arbitrary Topological Type, *SIGGRAPH'96*, pp.325-334 (1996).
- 8) Krishnamurthy, V. and Levoy, M.: Fitting Smooth Surfaces to Dense Polygon Meshes, *SIGGRAPH'96*, pp.313-324 (1996).
- 9) Lee, A.W.F., Sweldens, W., Schröder, P., Cowsar, L. and Dobkin, D.: MAPS: Multiresolution Adaptive Parametrization of Surfaces, *SIGGRAPH'98*, pp.95-104 (1998).
- 10) Floater, M.S.: Parametrization and Smooth Approximation of Surface Triangulations, *Computer Aided Geometric Design*, Vol.14, No.3, pp.231-250 (1997).
- 11) Lévy, B. and Mallet, J.L.: Non-distorted Texture Mapping for Sheared Triangulated Meshes, *SIGGRAPH'98*, pp.343-352 (1998).
- 12) Golub, G.H. and Van Loan, C.F.: *Matrix Computations*, The Johns Hopkins University Press (1989).
- 13) Taubin, G.: A Signal Processing Approach to Fair Surface Design, *SIGGRAPH'95*, pp.351-358 (1995).
- 14) Kuriyama, S. and Tachibana, K.: Polyhedral Surface Modeling with a Diffusion System, *Eurographics'97, Comput. Graph. Forum*, Vol.16, No.3, pp.39-46 (1997).

- 15) Kobbelt, L., Campagna, S., Vorsatz, J. and Seidel, H.: Interactive Multi-Resolution Modeling on Arbitrary Meshes, *SIGGRAPH'98*, pp.105-114 (1998).
- 16) Aho, A.V., Hopcroft, J.E., and Ullman, J. D.: *Data Structures and Algorithms*, Addison-Wesley (1983).
- 17) Sederberg, T. and Nishita, T.: Curve Intersection Using Bézier Clipping, *Computer Aided Design*, Vol.22, No.9, pp.538-549 (1990).
- 18) Barghiel, R., Bartels, R., and Forsey, D.: Pasting Spline Surfaces, *Mathematical Method for Curves and Surfaces*, pp.31-40, Vanderbilt University Press (1995).
- 19) Chan, L.K.Y., Mann, S. and Bartels, R.: World Space Surface Pasting, *Graphics Interface'97*, pp.146-154 (1997).

(平成 11 年 4 月 19 日受付)

(平成 11 年 12 月 2 日採録)

栗山 繁 (正会員)



1987 年大阪大学大学院工学研究科電子工学専攻修士課程修了。翌年日本 IBM (株) 入社, 東京基礎研究所にて CAGD システムの研究開発に従事。1994 年広島市立大学情報科学部情報機械システム工学科助教授。1998 年豊橋技術科学大学情報工学系助教授。主に計算機支援幾何設計, CG モデリングシステムに関する研究に従事。工学博士。ACM, IEEE, 電子情報通信学会各会員。

金子 豊久 (正会員)



1962 年東京大学工学部電気工学科卒業。1964 年同大学院電気工学専攻修士課程修了。1970 年プリンストン大学電気工学科博士課程修了 (Ph.D.)。同年 IBM 入社ワトソン研究所研究員。1982 年日本 IBM 東京基礎研究所に移り, 東京サイエンティフィックセンター長等歴任。1994 年豊橋技術科学大学情報工学系教授。主に医用画像処理と CG の応用に関する研究に従事。ACM, IEEE, 電子情報通信学会各会員。