7F−6

遅延ナローイング導出列の標準化

奥居 哲　　井田 哲雄
筑波大学 [1]

概要

E-単一化手続きのひとつである遅延ナローイング計算系の導出列に標準形が存在する。これにより、求解の完全性を失なうことなく探索空間を縮小することができる。

1 はじめに

項書換え系によって与えられた等式理論のもとでの等式の求解手続き (E-単一化手続き) は、5個の簡単な規則で定式化されることが知られている [Höl89]。この手続きは完全性をもつという利点がある一方で、計算の過程において多くの冗長な導出列を生成するという問題がある。本稿では、完全性を失なうことなく冗長な導出列を刈り込むために、任意の導出列が特定の形をした導出列に標準化できることを述べる。

2 E-単一化

2.1 E-単一化のための規則

[Höl89] で与えられた E-単一化手続きは以下の5個の規則から成る。本稿ではこれを LNC と呼ぶ。

1. 最外ナローイング [on]

$$\frac{E, f(\vec{s_n}) \simeq t, E'}{E, \vec{s_n} \doteq \vec{l_n}, r \doteq t, E'} \quad \text{ただし } f(\vec{l_n}) \to r \in R$$

2. 模倣 [im]

$$\frac{E, f(\vec{s_n}) \simeq x, E'}{\sigma(E, \vec{s_n} \doteq \vec{x_n}, E') \text{ ここで } \sigma = \{x \mapsto f(\vec{x_n})\}}$$

3. 分解 [d]

$$\frac{E, f(\vec{s_n}) \doteq f(\vec{t_n}), E'}{E, \vec{s_n} \doteq \vec{t_n}, E'}$$

4. 束縛 [v]

$$\frac{E, t \simeq x, E'}{\sigma(E, E') \text{ ここで } \sigma = \{x \mapsto t\}} \quad \text{ただし } x \notin \mathcal{V}(t)$$

5. 除去 [t]

$$\frac{E, x \doteq x, E'}{E, E'}$$

E、E' は0個以上の等式の列を表す。$f(\vec{t_n})$、$\{\vec{x_n} \mapsto \vec{s_n}\}$、$\vec{s_n} \doteq \vec{t_n}$ はそれぞれ $f(t_1, \ldots, t_n)$、$\{x_1 \mapsto s_1, \ldots, x_n \mapsto s_n\}$、$s_1 \doteq t_1, \ldots, s_n \doteq t_n$ の略記である。$s \simeq t$ は $s \doteq t$ または $t \doteq s$ を表す。$l \to r \in R$ は $l \to r$ が R の書換え規則の変種であることを表す。[on] の下式に現われる等式 $\vec{s_n} \doteq \vec{l_n}$ を遅延された等式と呼ぶ。

2.2 導出列

LNC の各規則は上式に適合するゴール式を下式にしたがって新たなゴール式に変形する方法を表す。ゴール式 G が規則 $[\alpha]$ と代入 σ を用いて G' に変形されるとき $G \to^{\sigma}_{[\alpha]} G'$ と書く。これを0個以上並べたもの

$$G_0 \to^{\sigma_1}_{[\alpha_1]} G_1 \to^{\sigma_2}_{[\alpha_2]} \cdots \to^{\sigma_n}_{[\alpha_n]} G_n \cdots$$

を導出列と呼び $G_0 \twoheadrightarrow^{\sigma_n \cdots \sigma_1}_{LNC} G_n \ldots$ と書く ($\sigma_n \cdots \sigma_1$ は $\sigma_1, \cdots, \sigma_n$ の合成)。0個の等式からなるゴール式を □ で表す。最後が □ で終わる導出列を反駁と呼ぶ。

項書換え系 R とゴール式 $G \equiv \vec{s_n} \doteq \vec{t_n}$ にたいして、$\theta|_{\mathcal{V}(G)} s_i \leftrightarrow\!\!\!\!\rightarrow_R \theta|_{\mathcal{V}(G)} t_i (i = 1, \ldots, n)$ となる代入 $\theta|_{\mathcal{V}(G)}$ を R のもとでの G の正解代入と呼ぶ。与えられた項書換え系 R とゴール式 G にたいして反駁 $G \twoheadrightarrow^{\theta}_{LNC}$ □ が構成されるとき、$\theta|_{\mathcal{V}(G)}$ を R のもとでの G の計算解代入と呼ぶ。任意の計算解代入は正解代入である [Höl89]。この性質を LNC の健全性と呼ぶ。逆に任意の最汎で正規な正解代入は計算解代入である [Höl89]。この性質を LNC の完全性と呼ぶ。

2.3 問題点

反駁 $\Pi_1 : G \twoheadrightarrow^{\theta_1}_{LNC}$ □ と $\Pi_2 : G \twoheadrightarrow^{\theta_2}_{LNC}$ □ について $\theta_2|_{\mathcal{V}(G)} \leq \theta_1|_{\mathcal{V}(G)}$ であるならば[2]、Π_1 を生成しなくとも完全性を失なうことはない。つまり Π_1 は冗長である。次の例は LNC において無数の冗長な反駁が生じる場合があることを示している。

例 1 項書換え系

$$\begin{cases} f(c(x)) \to d \\ g \to c(g) \end{cases}$$

のもとでのゴール式 $f(g) \doteq y$ の導出列のうち計算解代入 $\{y \mapsto d\}$ を与えるものは図1に示すように無数にある。

---

[1] Standardization of Lazy Narrowing Derivations,
Satoshi Okui and Tetsuo Ida,
University of Tsukuba.

[2] $\sigma \leq \rho \Leftrightarrow \exists \gamma \; \gamma\sigma = \rho$

$$
\begin{array}{ccccc}
\mathbf{f(g) \doteq y} & & & & \\
\downarrow_{\mathrm{[on]}} & & & & \\
\mathbf{g \doteq c(x), d \doteq y} & & & & \\
\downarrow_{\mathrm{[on]}} & & & & \\
\mathbf{c(g) \doteq c(x), d \doteq y} & & & & \\
\downarrow_{\mathrm{[d]}} & & & & \\
\mathbf{g \doteq x, d \doteq y} & \to_{\mathrm{[on]}} c(g) \doteq x, d \doteq y & \to_{\mathrm{[im]}} g \doteq x', d \doteq y & \to_{\mathrm{[on]}} c(g) \doteq x', d \doteq y & \to_{\mathrm{[im]}} \cdots \\
\downarrow_{\mathrm{[v]}} & \downarrow_{\mathrm{[v]}} & & \downarrow_{\mathrm{[v]}} & \\
\mathbf{d \doteq y} & d \doteq y & & d \doteq y & \\
\downarrow_{\mathrm{[v]}} & \downarrow_{\mathrm{[v]}} & & \downarrow_{\mathrm{[v]}} & \\
\Box & \Box & & \Box &
\end{array}
$$

図 1: ゴール式 $f(g) \doteq y$ の 計算解代入 $\{y \mapsto d\}$ を与える反駁

3 導出列の標準化

定義 2 (トレース) Π を導出列とする。

(1) Π における e の 1 ステップトレース $e \xrightharpoonup{\sigma}_{[\alpha]} e'$ $([\alpha] \in LNC \cup \{[\mathrm{i}]\})$ を次のように定義する。

1. もし $E, f(\vec{s_n}) \mathrel{\dot{\simeq}} t, E' \to_{\mathrm{[on]}} E, \vec{s_n} \doteq \vec{l_n}, r \doteq t, E' \in \Pi$ [3]ならば、$f(\vec{s_n}) \mathrel{\dot{\simeq}} t \rightharpoonup_{\mathrm{[on]}} r \doteq t$。
2. もし $E, f(\vec{s_n}) \mathrel{\dot{\simeq}} t, E' \to^{\sigma}_{\mathrm{[im]}} \sigma(E, \vec{s_n} \doteq \vec{x_n}, E') \in \Pi$ ならば、$f(\vec{s_n}) \mathrel{\dot{\simeq}} t \rightharpoonup^{\sigma}_{\mathrm{[im]}} \Box$。
3. もし $E, f(\vec{s_n}) \doteq f(\vec{t_n}), E' \to_{\mathrm{[d]}} E, \vec{s_n} \doteq \vec{t_n}, E' \in \Pi$ ならば、$f(\vec{s_n}) \doteq f(\vec{t_n}) \rightharpoonup_{\mathrm{[d]}} s_i \doteq t_i \ (i = 1, \ldots, n)$。
4. もし $E, t \mathrel{\dot{\simeq}} x, E' \to^{\sigma}_{\mathrm{[v]}} \sigma(E, E') \in \Pi$ ならば、$t \mathrel{\dot{\simeq}} x \rightharpoonup^{\sigma}_{\mathrm{[v]}} \Box$。
5. もし $E, x \doteq x, E' \to_{\mathrm{[t]}} E, E' \in \Pi$ ならば、$x \doteq x \rightharpoonup_{\mathrm{[t]}} \Box$。
6. $e \in G$ が上記以外の等式のとき、$e \rightharpoonup^{\sigma}_{\mathrm{[i]}} \sigma e$。

(2) Π における 1 ステップトレースの e に始まる 0 個以上の列を Π における e のトレースという。

$e \rightharpoonup^{\theta}_{LNC} e'$ が Π における e のトレースであるとき、e' を Π における e の子孫と呼ぶ。

定義 3 (標準導出列) Π を導出列とする。

1. $t \doteq x$ の形をした $x \notin \mathcal{V}(t)$ である等式を既約な等式と呼ぶ。
2. Π に現われる遅延された等式の既約な子孫に必ず規則 [v] が適用されているとき、Π を標準導出と呼ぶ。
3. 標準導出である反駁を標準反駁と呼ぶ。

図 1では、太字で示した導出列だけが標準反駁である。

定理 4 (標準形定理) R を項書換え系とし、G をゴール式とする。R のもとでの G の正規な計算解代入 θ を与える任意の反駁にたいして、R のもとでの G の計算解代入 θ' を与える標準反駁であって $\theta' \le \theta$ を満たすものが存在する。

(証明) [OI92]。$\Box$

4 おわりに

標準形定理より、標準導出列だけを探索することにしても求解手続きの完全性は損なわれないことが保証されるので、これを利用して LNC の効率を大きく改善することができる。

参考文献

[Höl89] S. Hölldobler. Foundations of Equational Logic Programming. *LNAI*, 353, 1989.

[OI92] S. Okui and T. Ida. *An Efficient Narrowing Based Calculus for Functional-Logic Programming.* DRAFT, 1992.

[3] $e \to_{[\alpha]} e' \in \Pi$ は $e \to_{[\alpha]} e'$ が Π の一部分であることを表す。