

4K-8

カルマンフィルタによる  
三次元高解像度粒子追跡小河原 加久治, 家合 克典, 飯田 誠一  
北海道大学工学部

## 1. はじめに

流れの中に投入したトレーサ粒子をステレオグラフ法により三次元的に追跡し, 多点の流速を求める三次元画像処理流速計測法(3-D PIV)は流体力学において新しい知見を得るために欠かせないものとなりつつある<sup>(1)(2)</sup>. 従来の熱線流速計やレーザードップラ流速計は測定が局所的であるだけでなく, 測定器の設置や校正の面などの制約が多い. 一方, PIVはこのような制約が少なく, 特に瞬時の流れ場全体を計測できることでその優位性は際だっている.

しかし, 粒子の速度三成分を算出するためには複数のカメラから得られた粒子情報を互いに他の画像と対応付ける必要があり, 画像誤差などによって発生する流速の過誤ベクトルの発生は高解像度の速度場情報を得ることへの大きな障害になっている. 著者らはある時刻だけで対応付けを行って速度三成分を求めるのではなく, カルマンフィルタを導入して粒子の軌跡を予測しながら複数時刻の流速を求める方法を開発し, ノイズが無視できない状況でもPIVによる高精度計測を可能にした<sup>(3)</sup>. しかし, 流れ場内の空間粒子密度が高い場合における手法の有効性は確かめられていなかった. そこで本報告では, カルマンフィルタ型PIVが多時刻の粒子追跡を行うことにより過誤ベクトルを低減できること, その結果高い空間解像度が得られることを数値シミュレーションによる定量的精度評価を行って確かめた.

## 2. カルマンフィルタ型PIV

簡単のために一次元での粒子追跡アルゴリズムを示す. 時刻 $k$ における粒子の座標・速度・加速度をそれぞれ $\xi, \dot{\xi}, \ddot{\xi}$ と書くことにすると, 粒子の状態方程式は $\Delta t$ をサンプリング時間間隔として次式で表される.

$$\xi_k = A\xi_{k-1} + B\alpha_{k-1}, \quad \xi_k = \begin{bmatrix} \xi_k \\ \dot{\xi}_k \\ \ddot{\xi}_k \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & \frac{1}{2}\Delta t^2 \\ 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

ここで $\alpha_k$ は測定対象の流れ場に対応したシステムノイズであり, この分散 $\sigma_\alpha^2$ はフィルタリングの目的に合わせて設定すべきものである. また, 観測方程式は座標の観測値を $x_k$ として以下のようなになる.

$$x_k = C\xi_k + \beta_k, \quad C = [1 \ 0 \ 0]. \quad (2)$$

$\beta_k$ は画像のぶれなどにより生じるノイズであり, その分散 $\sigma_\beta^2$ は既知である. カルマンゲインは定常とし, リカチ式(3)の収束解 $P$ を適切な初期値のもとに解いて求める.

$$P_{k+1} = B\sigma_\alpha^2 B^T + A\{P_k - P_k C^T (C P_k C^T + \sigma_\beta^2)^{-1} C P_k\} A^T. \quad (3)$$

粒子の時間的な対応関係は, カルマンフィルタの時間更新部分で予測された次時刻の粒子座標の近傍を探索して最適な候補粒子を選択する操作を多時刻間で行って決定される.

## 3. 三次元高密度場への対応

三次元速度計測では, 複数の方向から得られた画像からステレオグラフ法に基づいて粒子の三次元座標を算出する. しかし, 空間粒子密度が増すとステレオペアの誤対応により実際には存在しない粒子(ゴースト)が多数観測されるようになる<sup>(3)(4)</sup>. 図1はカメラを三台用いた場合のゴースト発生率の一例を示したものである. 横軸は三本のカメラ視線が厳密には交わらないため誤差を考慮して設けねばならない視線間距

離のしきい値であり、測定領域代表長さで無次元化している。これにより、粒子の空間密度が高い場合や、値を大きく設定した場合には非常に多くのゴーストが発生することがわかる。高解像度三次元 PIV の実現にはゴーストを除去して正確に粒子を追跡することが重要となるが、従来の追跡手法では座標観測誤差の影響によりこの問題の解決は困難であった。そこで、このような場合カルマンフィルタ型 PIV の多時刻追跡によりどの程度粒子追跡精度が向上するかを調べる。図 2 はしきい値 0.7% で算出された三次元粒子座標の時系列を多時刻にわたって追跡した結果であり、考慮する時間ステップ数（フレーム数）を増すとゴースト除去率が向上することを示している。一般的な四時刻法による結果も同時に示してあるが<sup>(5)</sup>、この場合密度の増加とともに真の粒子を見失う確率も高い。それに対しカルマンフィルタ型では高密度でも精度は低下せず、良好な粒子追跡性能が得られていることがわかる。

4. おわりに

高粒子密度場におけるカルマンフィルタ型三次元 PIV の有効性を数値シミュレーションにより定量的に検証した。本手法は、代表的粒子追跡手法である四時刻法と比較して追跡精度が高いだけでなく、多時刻追跡に用いる時刻数を増すことによりさらに精度が向上することが明らかになった。

文 献

- (1) 小村・山口・加藤, 日本造船学会論文集, 170, (1991), p.33.
- (2) 西野・笠木, 日本機械学会論文集 (B 編), 56-525, (1990), p.1338.
- (3) 家合・小河原・飯田, 日本機械学会論文集 (B 編), 57-542, (1991), p.3622.
- (4) 西野・笠木・平田・佐田, 日本機械学会論文集 (B 編), 55-510, (1989), p.404.
- (5) 小林・佐賀・瀬川・神田, 日本機械学会論文集 (B 編), 55-509, (1989), p.107.

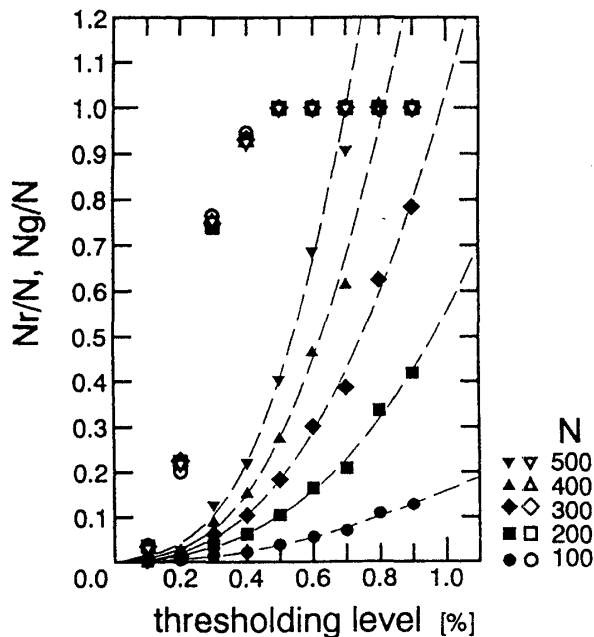


図 1 カメラ視線間距離のしきい値に対するゴースト発生率  $N$  は測定空間に存在する真の粒子数,  $N_r$  はそのうち三次元座標が再現された粒子の数,  $N_g$  は発生したゴースト数.  $N_r/N$  は白,  $N_g/N$  は黒のマークで示す. マークの形は  $N$  の違い (100 ~ 500) を表す.

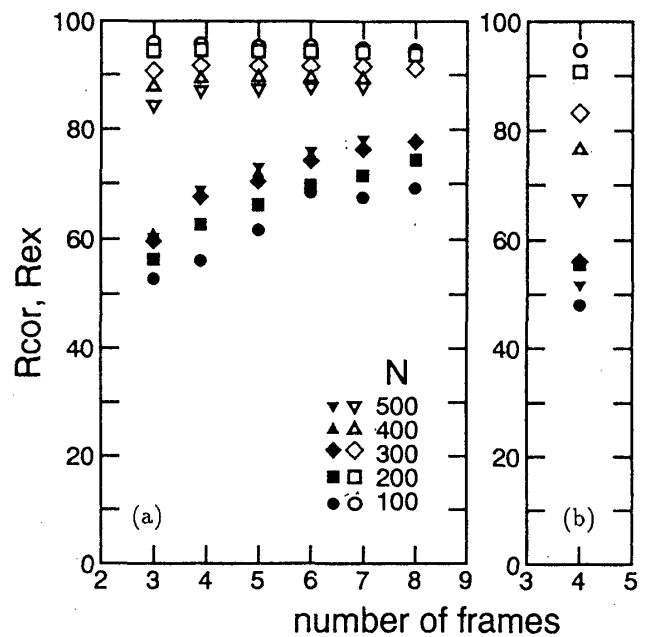


図 2 多時刻追跡の時刻数と平均粒子正対応率  $R_{cor}$ ・平均ゴースト除去率  $R_{ex}$  との関係  $R_{cor}$  は白,  $R_{ex}$  は黒のマークで示す. マークの形は図 1 と同様に粒子の個数  $N$  の違いを表す.  
(a) カルマンフィルタ型多時刻追跡, (b) 四時刻法