

冗長システムのペトリネット
表現と挙動解析

4M-6

菅澤 喜男、 竹下 昇
日本大学

1. はじめに

多種・多様な場面でのコンピュータシステムの利用目的に合わせて、そのシステムの性能や信頼性を向上させるために、システムをどのように構成させるかが大きな課題となっている。なかでも冗長方式は、最も基本的かつ効果的な方法として知られている。また、近年、コンピュータシステムなどに多く見られるように、その構成は大規模化するとともに複雑化している傾向にある。

ここでは、冗長方式の中でもシステム全体の信用性と処理効率の優れている三重化モジュール冗長システム (Triple Modular Redundant System) を取り上げてペトリネット (Petri Net) によりモデル化し、マルコフ再生過程 (Markov Renewal Process) を適用しシステムの性能あるいは信頼性を評価する。

2. PNによるTMRシステムのモデル化

図1はTMRシステムをPNで表現したものである。図1における各場所と遷移の意味付けは次の通りである。

P_1 : 動作可能状態、 P_2 : 故障処理状態、 P_3 : プロセッサ故障状態、 P_4 : システム故障状態、 t_1 : プロセッサが故障する、 t_2 : プロセッサに故障修理が施され、プロセッサは通常処理に復帰する、 t_3 : プロセッサに重大な故障が発見され、プロセッサがプロセッサ故障となる、 t_4 : プロセッサ故障状態にあったプロセッサに修理が施され、プロセッサは通常処理に復帰する、 t_5 : 故障したプロセッサあるいは停止させたプロセッサにシステム全体として修理が施され、3台のプロセッサは通常処理に戻される。 t_6 : 2台のプロセッサが故障し、システムがシステム故障となる、 t_7 : 1台のプロセッサがプロセッサ故障の状態の時に他の1台のプロセッサが故障し、システムをシステム故障とする、 t_8 : 2台のプロセッサが既に故障しシステム故障の状態にあり、システムはシステム故障となっているので、正常動作をしている他の1台のプロセッサを停止させる。

3. マルコフ再生過程によるシステムの挙動解析

図1はシステムの静的挙動を示したものであり、システム全体としての挙動を把握することはできない。そこで、図2に示した到達可能木を作成しシステムの動的挙動を捕らえる。到達可能木の接点はマルコフモデルにおける状態と対応し、枝が状態間の推移を表わす。ここで、 $t=0$ で状態 M_i に推移した後に、時刻 t までに遷移 t_j が発火するまでの時間を発火時間分布として定義している。各遷移の発火に対応した発火時間分布は $F_j(t)$ とする。よって、システムが各状態 M_i に推移する時点に着目し、それにより、各時点に対応する状態定義を以下に示す。 M_0 : 3台のプロセッサは全て動作可能。 M_1 : 2台のプロセッサは動作可能で、他の1台のプロセッサが故障処理を受けている。 M_2 : 2台のプロセッサは動作可能で、他の1台のプロセッサはプロセッサ故障の修理を受けている。 M_3 : 1台のプロセッサは動作可能であるが、他の2台のプロセッサが同時に故障処理の状態に

ある。M₄: 1台のプロセッサが動作可能、1台は故障処理、そして残りの1台はプロセッサ故障の状態。M₅: システム全体はシステム故障しているが、1台のプロセッサのみが動作可能である。M₆: システムがシステム故障し3台のプロセッサは動作していない。

本研究では、状態M₁のみを非再生点、その他の点は再生点として解析する。従って、状態M₀から時間u以内に状態M₁を経由して時間t以内に状態M₀に再び戻る確率をQ₀₁⁽¹⁾(t)、状態M₂、状態M₃に推移する確率をそれぞれQ₀₂⁽¹⁾(t)、Q₀₃⁽¹⁾(t)とすると、推移確率時間分布は次の式で求まる。

(ここで $\bar{F}_j(t) = 1 - F_j(t)$ とする。)

$$Q_{01}^{(1)}(t) = \int_0^t \int_0^u \bar{F}_1(v) \bar{F}_3(v) dF_2(v) dP_{01} \tag{1}$$

$$Q_{02}^{(1)}(t) = \int_0^t \int_0^u \bar{F}_1(v) \bar{F}_2(v) dF_3(v) dP_{01} \tag{2}$$

$$Q_{03}^{(1)}(t) = \int_0^t \int_0^u \bar{F}_2(v) \bar{F}_3(v) dF_2(v) dP_{01} \tag{3}$$

他の非再生点を含まない推移確率時間分布Q_{ij}(t)も同様に求められる。

ここで、

$$P_{01}(u) = \int_0^u dF_1(t) \tag{4}$$

である。更に、システムが状態0に留まる定常確率は、

$$P_0 = \hat{q}_{01} / \hat{h}_{00} \tag{5}$$

で求まる。ただし、

$$\hat{h}_{00} = \hat{q}_{00} + q_{02}(q_{34}(q_{45}(q_{56}q_{60} + q_{56}) + q_{25}) + q_{02}(q_{25}(q_{56}q_{60} + q_{56}) + q_{25}) + \hat{q}_{03} + \hat{q}_{02} \tag{6}$$

$$q_{ij} = q_{ij}^{s-0}(s) \tag{7}$$

$$\hat{q}_{ij} = -\Delta (q_{ij}(s)) / \Delta s |_{s=0} \tag{8}$$

であり、q_{ij}(s)はQ_{ij}(t)のラプラス・スチュルチュス変換である。他の定常確率も同様に求めることができる。

5. おわりに

今後、求めた確率的諸量を基に具体的な分布と数値を各式に導入して数値例を求め、TMRの性能あるいは信頼性を評価する必要がある。

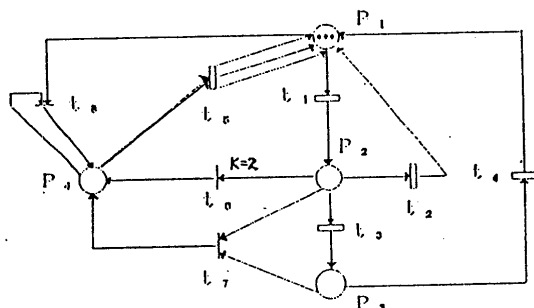


図1 システムのPN表現

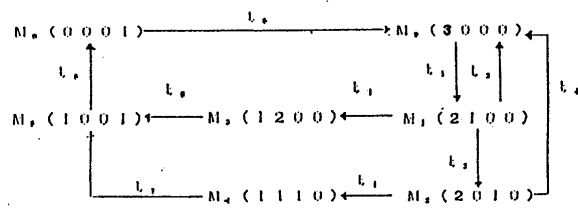


図2 到達可能木

参考文献

[1] Allen M. Johnson, Jr, Miroslaw Malek著、大場、山田訳”信頼性・利用可能性ソフトウェアツールに関する調査”ACM Computing Surveys, Vol20, No. 4, pp227-269, 1988
 [2] 塩見 弘著”信頼性工学入門”、丸善、pp106-109、1972