

## 2D-7

周波数領域における適応デジタル  
フィルタを用いた画像修復金城 寛 (琉球大学), 大松 繁 (徳島大学),  
山本 哲彦 (琉球大学)

## 1. はじめに

画像データを周波数領域へ変換し、並列Kalmanフィルタを用いて劣化画像の修復を行う方法が知られている<sup>1)</sup>。しかし、Kalmanフィルタを使用する場合、画像システムのパラメータやノイズの統計的性質の推定精度が処理結果に大きく影響する。

本報告では、周波数領域に変換された画像に対して適応デジタルフィルタ(ADF)<sup>2)</sup>を用いてパラメータの厳密な推定を行ない、劣化画像の修復に応用する手法を提案する。まず、劣化画像を分離型2次元画像と仮定し、直交変換処理に必要なパラメータをYule-Walker方程式を用いて推定する。このパラメータ値を用いた直交変換で画像データを周波数領域へ変換する。ここでは画像修復に必要なパラメータを周波数ごとに求めるためにADFを構成する。さらに、ADFにより得られる予測誤差を利用したフィルタリング処理により劣化画像の修復を行なう。

## 2. 画像モデル

縦横 $N \times M$ 画素から成る2次元の原画像を以下の分離型2次元AR過程と仮定する。

$$a(z_1)b(z_2)x(t,s) = w(t,s) \quad (1)$$

$$a(z_1) = 1 - az_1^{-1} \quad (2a)$$

$$b(z_2) = 1 - bz_2^{-1} \quad (2b)$$

$$y(t,s) = x(t,s) + v(t,s) \quad (3)$$

ここで、 $x(t,s)$ と $y(t,s)$ は、それぞれ、画像システムの状態および観測値である。

$w(t,s)$ 、 $v(t,s)$ は平均が0、分散がそれぞれ、 $q$ 、 $r$ の白色ノイズとする。

まず、Yule-Walker方程式を用いて画像モデルのパラメータ $a$ 、 $b$ および観測ノイズの分散 $r$ の推定値を求め、つぎにこれらのパラメータを用いた直交sin変換により画像データを次式で定義される周波数領域へ変換する。

$$\begin{aligned} \theta_i(s) &= TA_s x(s), \quad \eta_i(s) = TA_s y(s) \\ \xi_i(s) &= Tw(s), \quad \zeta_i(s) = TA_s v(s) \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 $T$ 、 $A_s$ は、それぞれ、直交変換行列およびパラメータ行列である。このとき、画像モデルはベクトルの要素に分離して次のように表わされる<sup>1)</sup>。

$$\theta_i(s) = b_i \theta_i(s-1) + \xi_i(s) \quad (5)$$

$$\eta_i(s) = \theta_i(s) + \zeta_i(s), \quad i=1, 2, \dots, N \quad (6)$$

## 3. ADFを用いた画像修復処理

## 3.1 ADFによるパラメータ同定

(7)、(8)式は、以下のARMA(1,1)と考えることができる。

$$(1 - b_i z_2^{-1}) \eta_i(s) = (1 + c_i z_2^{-1}) \gamma_i(s), \quad i=1, \dots, N \quad (7)$$

ここで $\gamma_i(s)$ は分散が $\sigma_\gamma^2$ の白色ノイズである。この画像システムへの入力 $\gamma_i(s)$ を出力 $\eta_i(s)$ で同定する方法をADFで実現すると、Fig.2のようになる<sup>2)</sup>。ADFの伝達関数を $G(z_2)$

$$G(z_2) = \frac{q_i}{1 - p_i z_2^{-1}} \quad (8)$$

とすると、画像システムの伝達関数の推定値は

$$\hat{H}(z_2) = \frac{\eta_i(s)}{e_i(s)} = \frac{1 - p_i z_2^{-1}}{1 - (p_i + q_i) z_2^{-1}} \quad (9)$$

で与えられる。したがって、画像システム

μのパラメータ  $b_i, c_i$ はADFパラメータを用いて以下のように決定される.

$$b_i = p_i + q_i$$

$$c_i = -p_i, \quad i=1, \dots, N \quad (10)$$

3. 2 フィルタリング処理

Fig.2より, ADFによる画像の逆システムの出力  $e_i(s)$ は

$$e_i(s) = \eta_i(s) - \hat{\theta}_i(s|s-1), \quad i=1, \dots, N \quad (11)$$

なるイノベーションを示したものであり, Kalmanフィルタを適用すると  $\hat{\theta}_i(s|s)$ は次のように求めることができる.

$$\hat{\theta}_i(s|s) = \hat{\theta}_i(s|s-1) + K_i(s)e_i(s) \quad (12)$$

$$\hat{\theta}_i(s|s-1) = b_i s \hat{\theta}_i(s-1|s-1) \quad (13)$$

$$K_i(s) = \Gamma_i(s) / M_i(s) \quad (14)$$

$$M_i(s) = E[e_i(s)^2] \quad (15)$$

$$\Gamma_i(s) = M_i(s) - r \mu_{s_i}, \quad i=1, \dots, N \quad (16)$$

求めた  $\hat{\theta}_i(s|s), i=1, \dots, N$ を用いて, 周波数領域から空間領域へのデータ変換を行ない修復画像を得る.

4. 実験結果と考察

観測ノイズによって劣化した縦横255x255画素, 濃淡レベルが8ビットの画像に対して, 従来法とADF法とで修復処理を行ったときのSN比の改善量をTable 1に示す. ここに, SN比の改善量は次式で与えられる.

$$SN \text{ 比の改善量 [dB]} = 10 \log \left( \frac{\sigma_n^2}{\sigma_e^2} \right)$$

$\sigma_n^2$  = 観測ノイズの分散

$$\sigma_e^2 = E[(x(t, s) - \hat{x}(t, s))^2] \quad (17)$$

これより, 良好な修復処理が行われていることがわかる.

5. まとめ

周波数領域でのADFを用いた画像修復処理法を提案しその有効性を検証した.

文 献

- 1) T. Katayama: Estimation of Images Modeled by a Two-Dimensional Separable Auto-regressive Process;

IEEE Trans. Autom. Control, Vol. AC-25, No. 6, pp.1199-1201 (1980)

- 2) 添田, 中溝, 大松: 信号処理の基礎と応用, 日新出版(1986)

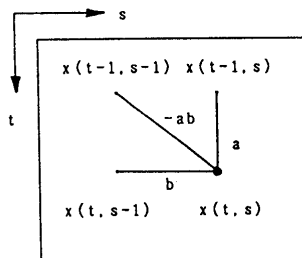


Fig. 1 Image model.

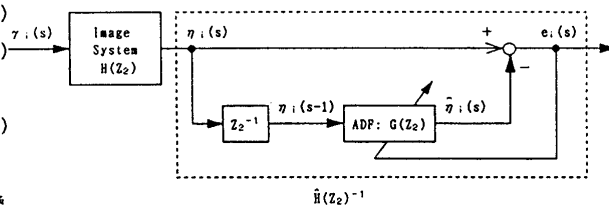


Fig. 2 Identification system by ADF.

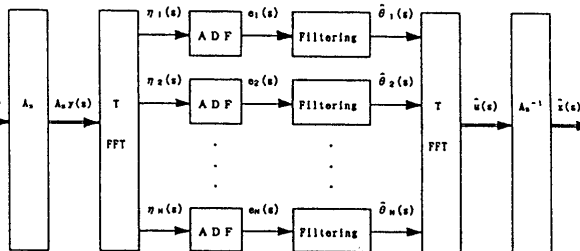


Fig. 3 Block diagram of the signal processing.

Table 1 Improvement of the SN ratio [dB].

Noise variance (deviation)	One-dimensional Kalman filter	Parallel Kalman filter	ADF and filtering
0.09 (0.3)	2.422	1.211	3.243
0.16 (0.4)	3.280	2.897	4.872
0.25 (0.5)	4.004	4.144	6.024
0.36 (0.6)	4.639	5.129	6.925
0.49 (0.7)	5.208	5.783	7.668
0.64 (0.8)	5.725	5.464	8.297