1J−8

回転不変な3種類のパターン認識系の構成

渡辺 宏太郎　生天目 章　柏木 英一*

1　まえがき

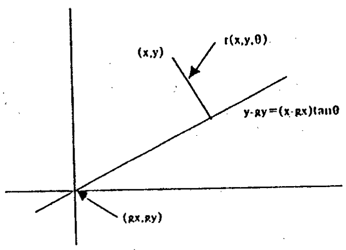
パターンが平行移動，回転及び拡大縮小を受けた場合にも不変に認識するようなシステムを構築することはパターン認識の重要な課題である。本論文では，これらの幾何学的変換に対し不変な特徴を抽出することが可能な新たな3種類の方法を提案する。

2　回転不変な特徴抽出の原理

(a) 慣性モーメント＋自己相関関数による方法
F(x,y) をパターンとする。$g_n(\theta)$ をパターンの重心のまわりの n 次の慣性モーメントとする。すなわち，

$$g_n(\theta) = \int\int_D (r(x,y,\theta))^n F(x,y)dxdy \qquad (1)$$
$$r(x,y,\theta) = (x-g_x)\sin(\theta) - (y-g_y)\cos(\theta)$$

である。g_x, g_y はパターンの重心である。(図1参照)



この方法は $g_n(\theta)$ を θ に関する波と考え，その自己相関関数をパターンの特徴とするものである。これにより，従来のモーメントを用いた方法より多くパターンの特徴を抽出出来るのがこの方法の特色である。$g_n(\theta)$ の自己相関関数は次のようになる。

$$\psi_n(\tau) = \int_0^{2\pi} g_n(\theta)g_n(\theta+\tau)d\theta \qquad (2)$$

次の定理が成り立つ。

定理 1 $\phi_n(\tau)$ はパターンの回転に対し不変である。

証明は略。自己相関関数 $\psi_n(\tau)$ の τ の範囲としては次の補題より $0 \leq \tau \leq 90$ (度) の範囲で選べばよいことがわかる。

*防衛大学校 情報工学科

補題 1 次の（3）−（5）が成り立つ。

$$g_n(\theta+\pi) = (-1)^n g_n(\theta) \qquad (3)$$

$$\phi_n(\tau) = \int_0^{2\pi} g_n(\theta+\phi)g_n(\theta)d\theta = 2\int_0^{\pi} g_n(\theta+\tau)g_n(\theta)d\theta \qquad (4)$$

$$\int_0^{2\pi} g_n(\theta+\pi-\tau)d\theta = \phi_n(\pi-\tau) = (-1)^n\phi_n(\tau) \qquad (5)$$

証明
（3）は明らか。（4）は

$$\int_\pi^{2\pi} g_n(\theta+\tau)g_n(\theta)d\theta = \int_0^{\pi} g_n(\xi+\tau+\pi)g_n(\xi+\pi)d\xi = \int_0^{\pi} g_n(\xi+\tau)g_n(\xi)d\xi$$

従って（4）が成立する。（5）は次のようにして示される。

$$\begin{aligned}\phi_n(\pi-\tau) &= (-1)^n \int_0^{2\pi} g_n(\theta)g_n(\theta-\tau)d\theta \\ &= (-1)^n \int_{-\tau}^{2\pi-\tau} g_n(\zeta+\tau)g_n(\zeta)d\zeta \\ &= (-1)^n \int_0^{2\pi-\tau} g_n(\zeta+\tau)g_n(\zeta)d\zeta + \\ &(-1)^n \int_{-\tau}^{0} g_n(\zeta+\tau)d\zeta = (-1)^n\phi_n(\tau)\end{aligned}$$

なぜならば，

$$\int_0^{2\pi-\tau} g_n(\zeta+\tau)d\zeta = \int_{-\tau}^{0} g_n(\zeta+\tau)g_n(\zeta)d\zeta$$

証明おわり。（5）式より $\phi_n(\tau)$ は $\tau = \phi/2$ に関し対称になるので τ の範囲としては0度から90度までとれば充分である。

(b) パターンを時間発展させる方法
これは次のような方法である。
(1) まず，各パターンを以下で与えられる式 (6) に従って時間発展させる。
(2) 時間発展したパターンから決まるベクトル V(t) をパターンの特徴とみなし，この V(t) の特徴を抽出する。パターンの時間発展則は次のように定める。F(x,y),(g_x, g_y) を (a) で与えたものとする。

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_t(r) & 0 & 0 \\ 0 & f_t(r) & 0 \\ 0 & 0 & g_t(r) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \cos\theta_t(r) & -\sin\theta_t(r) & 0 \\ \sin\theta_t(r) & \cos\theta_t(r) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} F(x,y) \begin{pmatrix} x-g_x \\ y-g_y \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} f_t(r)\cos\theta_t(r) & -f_t(r)\sin\theta_t(r) & 0 \\ f_t(r)\sin\theta_t(r) & f_t(r)\cos\theta_t(r) & 0 \\ 0 & 0 & g_t(r) \end{pmatrix}$$

$$F(x,y) \begin{pmatrix} x-g_x \\ y-g_y \\ 1 \end{pmatrix}$$

........(6)

ここで，r はパターンの重心からパターンの各点への距離，すなわち $r = \sqrt{(x-g_x)^2+(y-g_y)^2}$ である。次の定理が成り立つ。

定理 2

$$V(t) = \sum_{x,y \in pattern} \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$$

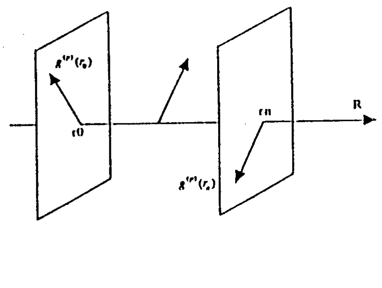
とする。このとき，$T\langle i,j\rangle$ はパターンの回転に対し不変である。ここで，$\theta_t(r), f_t(r), g_t(r)$ は任意である。また，内積はユークッリド空間の通常の内積である。

証明は略。

(c) フーリエ変換の応用による方法
$F^{(p)}(r,\theta)$ をパターンとする。((r,θ) は重心を原点とする極座標である。)$F^{(p)}(r,\theta)$ の θ に関するフーリエ変換

$$g_n^{(p)}(r) = \int_0^{2\pi} e^{-in\theta} F^{(p)}(r,\theta) d\theta \qquad (6)$$

は R を底空間とするベクトル束と考えることができる。すなわち，r を固定した時，切り口 $g_n^{(p)}(r)$ は複素 1 次元ベクトル空間となるからである。(図 2 を参照)



切り口 $g_n^{(p)}(r)$ と $g_n^{(k)}$ の距離は通常次のように定義される。

$$\| g_n^{(p)}(r) - g_n^{(k)}(r) \| = \int \langle g_n^{(p)}(r) - g_n^{(k)}(r), g_n^{(p)}(r) - g_n^{(k)}(r) \rangle dr \qquad (7)$$

$\langle,\rangle$ は fiber metric であり,R^2 の通常の内積である。しかしながら，このノルムにより，パターン p に対する切り口 $g_n^{(p)}(r)$ と p を時計回りに ϕ 度回転したパターンに対する切り口 $g_n^{(p)}(r)$ の距離を計算すると距離は 0 とならない。従って，切り口 $g_n^{(p)}(r)$ と $g_n^{(q)}(r)$ の距離を次のように変更する必要がある。

$$D(g_n^{(p)}(r), g_n^{(q)}(r)) = \inf_{0 \le \phi \le 2\pi} \int \langle e^{in\phi} g_n^{(p)} - g_n^{(q)}, e^{in\phi} g_n^{(p)} - g_n^{(q)} \rangle dr \qquad (8)$$

このとき，次の定理が成り立つ。

定理 3 $Re(g_n^{(}p)(r) = x_n^{(p)}(r), Im(g_n^{(p)}(r) = y_n^{(p)}(r)$ とする。このとき，

$$D(g_n^{(p)}(r), g_n(q)(r)) = A_n - 2\sqrt{B_n^2 + C_n^2} \qquad (9)$$

$$A_n = \int (x_n^{(p)})^2 + (y_n^{(p)})^2 + (x_n^{(q)})^2 + (y_n^{(q)})^2 dr \qquad (10)$$

$$B_n = \int x_n^{(q)} y_n^{(p)} - x_n^{(p)} y_n^{(q)} dr \qquad (11)$$

$$C_n = \int x_n^{(p)} x_n^{(q)} + y_n^{(p)} y_n^{(q)} dr \qquad (12)$$

が成り立つ。

この定理により $D(g_n^{(p)}, g_n^{(q)})$ を解析的に求めることができる。認識方法は次のようにする。1. 各 n について $D(g_n^{(p)}, g_n^{(q)})$ が最も小さくなるようなパターン q を選ぶ。2. 1. で選んだパターンのうち最も選ばれた回数の多いパターンを認識パターンとする。さらに，次の補題により入力パターンの回転角もわかる。

補題 2 入力パターンの回転角度 ϕ （時計回りに計る）は次式で与えられる。

$$\phi = \pi + \arctan(-B_1/C_1) \qquad (13)$$

参考文献

A.Fuchs and H.Haken "Pattern recognition andassosiative memory as dynamical process in Synergetic System",Biological Sybernetics 60 1988 ,pp.17-22
解 秋生 大山 真司 小林 彬 " スプライン補間を用いた回転変換に不変なパターン認識系の一構成 " 信学会論文誌 DII Vol.J-75-D-II No.2 pp.324-334