

ノイズに強いオプティカルフローからの3次元復元方式

5 J-3

遠藤利生 鳥生 隆 為清 彰
(株)富士通研究所

1 まえがき

オプティカルフローから3次元情報を復元する問題は、対象を1つの剛体に限れば復元方程式と呼ばれる非線形の方程式を解くことに帰着される。フローがノイズを含まない場合は、物体が特殊な形状でない限り、復元方程式は線形方程式に変換でき、各点の座標とフローから計算される 3×3 のある行列の最小固有値に対する固有ベクトルが、物体の並進速度ベクトルになる⁽¹⁾。

しかし、フローがノイズを含む場合には、この線形方程式は元の復元方程式と等価ではなくなるので、正しい3次元情報を求めることはできない。田川の論文⁽¹⁾では、ノイズが各点各成分毎に平均0分散一定の確率分布に従うと仮定し、その上でノイズがない場合の線形方程式の行列を推定することによって、平均の意味で正しい並進速度ベクトルを求めている。

しかし、並進速度ベクトルを表す上記線形方程式の行列の最小固有値に対する固有ベクトルは、次章で示すようにそれを確率変数と見なしたときに大きな分散を持つ。それに比べると、最大固有値に対する固有ベクトルは安定している。そこで、本論文では最大固有値に対する固有ベクトルを用いた3次元情報復元手法を提案する。

2 復元方程式とその線形方程式への変換

視点を原点とし投影面を $Z=1$ に置いた中心投影で3次元空間内の1つの剛体を観測するものとする。このとき、その運動は並進速度ベクトル $\vec{t} = [t_x, t_y, t_z]^t$ とある基準点のまわりの回転速度ベクトル $\vec{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^t$ とで一意に表現できる。物体上には N 個の観測点があると、その i 番目の点 P_i の投影面上の対応する点を $p_i = (x_i, y_i)$ とすると、そこでの2次元速度ベクトル(オプティカルフロー) (u_i, v_i) は次式で与えられる。ただし、 Z_i は奥行き座標値である。

$$\begin{aligned} u_i &= -\omega_x x_i y_i + \omega_y (1 + x_i^2) - \omega_z y_i + (t_x - t_z x_i) / Z_i \\ v_i &= -\omega_x (1 + y_i^2) + \omega_y x_i y_i + \omega_z x_i + (t_y - t_z y_i) / Z_i \end{aligned} \quad (1)$$

この2式はすべての投影面上の点で成り立つ。 \vec{t} 、 $\vec{\omega}$ および Z_i に関するこの方程式(復元方程式)を解くことで、フローから3次元情報が復元できる。なお、 \vec{t} と Z_i をそれぞれ一定倍しても式(1)は不変であるので、 \vec{t} と Z_i の比のみ推定可能であり、 \vec{t} と Z_i の大きさは定まらない。以下 $|\vec{t}|=1$ と仮定して議論を進める。本論文では、 $\vec{t}=\vec{0}$ の場合については省略する。

田川の論文⁽¹⁾より、フローがノイズを含まず、かつ物体の形状がある特別な2次元曲面や平面でない限り、復元方程式

A Noise Resistant Method for Recovering 3-D Motion from Optical Flow
Toshio ENDOH, Takashi TORIU and Akira TAMEYIKO
FUJITSU LABORATORIES LTD.

は以下の線形方程式と同値になる。

$$M_0 \vec{t} = \vec{0} \quad (2)$$

ただし、 M_0 は以下の式(3)~式(6)で定義される 3×3 の半正定値対称行列であり、固有値0を持つ。この固有値に対する固有ベクトルが \vec{t} になる。 M_0 は既知量から構成されるので、この方程式から \vec{t} を求めることができる。 $\vec{\omega}$ と Z_i は \vec{t} から簡単に計算することができる。

$$M_0 = W_0 A W_0^t \quad (3)$$

ここで、

$$A = I_N - F^t (F F^t)^{-1} F \quad (4)$$

$$W_0 = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & \dots & v_N \\ -u_1 & -u_2 & \dots & -u_N \\ u_1 y_1 - v_1 x_1 & & & u_N y_N - v_N x_N \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_1 & x_2 & \dots & x_N \\ y_1 & y_2 & \dots & y_N \\ x_1 y_1 & x_2 y_2 & \dots & x_N y_N \\ x_1^2 & x_2^2 & \dots & x_N^2 \\ y_1^2 & y_2^2 & \dots & y_N^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

さて、フローが各点各成分毎に独立に平均0分散 σ^2 の正規分布に従うノイズを含む場合の M_0 に対応する行列を M とする。これらの各成分はある確率分布に従う確率変数になり、その平均 $E[M]$ と分散 $V[M]$ は N が大きい場合にはそれぞれ次の式で近似できる。

表1 行列 M の平均 $E[M]$

| | |
|---------|-----------------------------------|
| (1,1)成分 | $m_0^{(1,1)} + N\sigma^2$ |
| (1,2)成分 | $m_0^{(1,2)}$ |
| (1,3)成分 | $m_0^{(1,3)}$ |
| (2,2)成分 | $m_0^{(2,2)} + N\sigma^2$ |
| (2,3)成分 | $m_0^{(2,3)}$ |
| (3,3)成分 | $m_0^{(3,3)} + N\sigma^2(2h^2/3)$ |

表2 行列 M の分散 $V[M]$

| | |
|---------|---|
| (1,1)成分 | $4\sigma^2 m_0^{(1,1)} + 2N\sigma^4$ |
| (1,2)成分 | $\sigma^2(m_0^{(1,1)} + m_0^{(2,2)}) + N\sigma^4$ |
| (1,3)成分 | $\sigma^2 h^2 \{(5m_0^{(1,1)} + m_0^{(2,2)})/3 + N\sigma^2\}$ |
| (2,2)成分 | $4\sigma^2 m_0^{(2,2)} + 2N\sigma^4$ |
| (2,3)成分 | $\sigma^2 h^2 \{(m_0^{(1,1)} + 5m_0^{(2,2)})/3 + N\sigma^2\}$ |
| (3,3)成分 | $56\sigma^2 h^4 \{m_0^{(1,1)} + m_0^{(2,2)} + N\sigma^2\}/45$ |

ただし、 $m_0^{(i,j)}$ は M_0 の各成分の値である。また簡単のため観測点の投影面上での座標値 x_i, y_i がそれぞれ $[-h, h]$ の間で一様分布すると仮定した。

明らかに $E[M]$ は M_0 とは一致せず、両者の差は各点の座標値と σ のみの関数(以下 $\Gamma(\sigma)$)として表される。従って、

行列 $E[M - \Gamma(\sigma)]$ の最小固有値は 0 で、その固有ベクトルは \vec{e} になる。1 回の試行で得られる M の値で $E[M]$ を近似すれば、この試行で得られる M の値から $M - \Gamma(\sigma)$ の最小固有値が 0 となるような σ を計算することにより、未知量 σ が推定できる。以下では、正しい σ の推定ができたとして話を進める。

$\hat{M} = M - \Gamma(\sigma)$ と置く。 \hat{M} の固有値と固有ベクトルの平均と標準偏差を求めるために、まず M_0 の要素が δM だけ変化したときの M_0 の固有値 λ_i ($\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 = 0$ とする) と固有ベクトル \vec{r}_i ($\vec{r}_3 = \vec{e}$ である) の変化を求めると、

$$\begin{aligned} \delta \lambda_i &= \vec{r}_i^t \delta M \vec{r}_i \\ \delta \vec{r}_i &= -R \Lambda_i R^t \delta M \vec{r}_i \end{aligned} \quad (7)$$

となる。ここで、 $\Lambda_i = \text{diag}(1/(\lambda_1 - \lambda_i), \dots, 0, \dots, 1/(\lambda_3 - \lambda_i))$ であり、 R は M_0 を対角化する 3×3 の行列 $[\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3]$ である。

$E[\delta M] = 0$ であるので、 \hat{M} の固有値と固有ベクトルの平均は、 M_0 の固有値と固有ベクトルに等しい。一方、 \hat{M} の固有値と固有ベクトルの標準偏差の厳密な評価は必ずしも容易ではないが、

$$\begin{aligned} \sqrt{V}[\lambda_i] &= \text{abs}(\vec{r}_i^t) \sqrt{V}[M] \text{abs}(\vec{r}_i) \\ \sqrt{V}[\vec{r}_i] &= \text{abs}(R \Lambda_i R^t) \sqrt{V}[M] \text{abs}(\vec{r}_i) \end{aligned} \quad (8)$$

で抑えられる。ここで、 $\sqrt{V}[\]$ は各成分の標準偏差からなるベクトルや行列を表し、 $\text{abs}(\)$ は各成分の絶対値からなるベクトルや行列を表す。 $\sqrt{V}[M]$ は表 2 から求まるが、 R や Λ_i は物体形状や並進速度ベクトルに依存する。しかし、平面に激しい凹凸が乗ったような形状を持つ物体の場合には、 M_0 の固有値 λ_i の近似計算を以下のように行える。式 (3) の W_0 に式 (1) を代入すれば M_0 は $\vec{e}, \vec{\omega}, x_i, y_i, Z_i$ の式で書ける。このうち $\vec{\omega}$ の項は消え、 $|\vec{a}| = 1$ 、 $\sum_i \omega_i^2 = h^2/3$ 等を利用し、 $1/Z_i$ はその平均からのずれが場所によらないと近似すれば、 λ_1 と λ_2 の比は $3 : h^2$ になる。従って、この場合に直交行列 R を単位行列で近似すれば、最大固有値に対する固有ベクトルの標準偏差と最小固有値に対する固有ベクトルの標準偏差の比は、おおよそ $h^2 : 3$ で評価できる。これから、 h が 1 よりも小さい場合には、最大固有値に対する固有ベクトルの標準偏差の方が最小固有値に対する固有ベクトルの標準偏差よりも小さくなる事が分かる。

各試行における \hat{M} の最小固有値に対する固有ベクトルの値は、その平均である \vec{e} の回りをその標準偏差程度は変動するので、 h が 1 よりも小さいときには \vec{e} の推定精度は悪くなると考えられる。このような場合、 \hat{M} の固有ベクトルはお互いに直交しているという性質を用いて、まず最大固有値に対する固有ベクトルを求め、その後それに直交する空間を全探索することによって \vec{e} を推定する方が精度がよくなる事が期待される。

なお、ここでは物体の形状に制限を加えて理論的な側面から議論したが、形状がより一般的な場合にも h すなわち視野角が小さい場合には、最大固有値に対する固有ベクトルの方がノイズに対してより安定になる傾向があることを数値実験で示せる。

3 コンピュータ・シミュレーション

本手法の妥当性を確認するために、以下のようなコンピュータシミュレーションを行った。まずコンピュータで

[1.5, 2.5] の区間でランダムに分布する軌行きを持つ 1 つの剛体が 3 次元運動するシーンの投影面上でのフローを生成した。焦点距離は 1 とし、設定した並進速度ベクトルと回転速度ベクトルはそれぞれ $[0.269, -0.885, 0.381]^t$, $[0.107, 0.363, -0.773]^t$ である。次に、フローに焦点距離を単位として様々な大きさの標準偏差を持つ平均 0 の正規分布に従うノイズを加え、これを入力データとした。画像のサイズは 101×101 であり、投影面上での座標値 (x_i, y_i) は、 $h = 0.25$ の一様分布をしている。この入力データから以下の量を 100 回計算して、その 2 乗平均の平方根を求めた。これらの量は、これらを確率変数と見なしたときの標準偏差 (StandardDeviation) に相当する。

- MinEigen \hat{M} の最小固有値に対する固有ベクトルと真の並進速度ベクトル \vec{e} との距離。
- MaxEigen \hat{M} の最大固有値に対する固有ベクトルと \vec{r}_1 との距離。 \vec{r}_1 は \vec{e} に直交している。
- GiSearch \hat{M} の最大固有値に対する固有ベクトルに直交する空間で式 (1) を最小 2 乗の意味で最もよく満たすベクトルと、 \vec{e} との距離。

算出した結果を図 1 に示す。グラフの横軸はノイズの標準偏差を、縦軸は距離の 2 乗平均の平方根 (標準偏差) を表す。

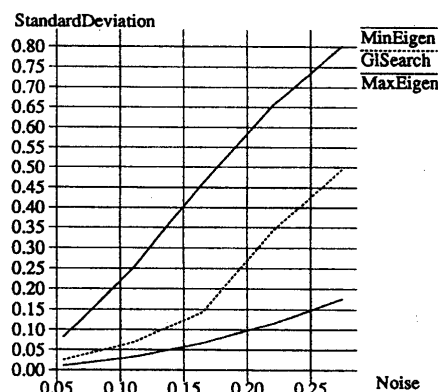


図 1 フローのノイズと復元された並進速度ベクトルの標準偏差との関係

明らかに、最大固有値に対する固有ベクトルに直交する空間を探索する本方式の方が、最小固有値に対する固有ベクトルをそのまま用いる従来方式よりも標準偏差が小さくなる事が分かる。

4 まとめ

オプティカルフローから 3 次元情報を復元する手法で従来手法よりもノイズに強いものを提案した。コンピュータシミュレーションによって、本方式の妥当性を検証した。

参考文献

- [1] 田川, 鳥生, 遠藤: オプティカルフローを用いた閉形式の 3 次元剛体運動復元方式, 電子情報通信学会技術報告, PRU90-139, pp. 23-30 (1991).