論理式で表現可能なFuzzy-FlipFlopsとその性質について

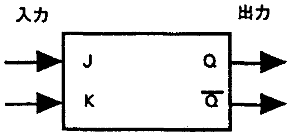
3E－5

森　雄一郎、向殿　政男
明治大学　情報科学科

1.はじめに

入力として0，1のみでなく，その中間の任意の値を許したようなフリップフロップをファジィフリップフロップという．ファジィフリップフロップはファジィ順序回路の典型的な例であり，ファジィコンピュータの基本回路の一つとして，これまでにもいくつかの研究が行われている[1]．本研究では，ファジィ論理式[2]で表現可能なファジィフリップフロップ，特に代表的なＪＫフリップフロップに付いて基本的な性質を考察する．

2.2値のJK-フリップフロップ



ＪＫフリップフロップ

2値におけるＪＫフリップフロップは2つの入力端子，ＪとＫを持つ順序回路で，Ｊ(t)が1になると出力Q(t+1)は1に（セット），K(t)が1になると出力Q(t+1)は0となり（リセット），Ｊ(t)＝K(t)＝1の時Q(t+1)はQ(t)の状態を反転する．このフリップフロップの入出力の関係及び特性方程式とカルノー図を示す．

（1）　$Q(t+1)=J(t)\cdot\overline{Q(t)}\vee\overline{K(t)}\cdot Q(t)$

J	K	Q(t+1)
0	0	Q(t)
0	1	0
1	0	1
1	1	$\overline{Q(t)}$

Q＼J / K	J=0, K=0	J=0, K=1	J=1, K=1	J=1, K=0
0	0	0	1	1
1	1	0	0	1

図1

3.ファジィ化における論理式上での問題点

2値論理上では図1のカルノー図を満たすＪＫフリップフロップの論理式は（2）式のように表現しても，（3），(4）式でも結果は同じものである．

（2）　$Q(t+1)=J(t)\cdot\overline{Q(t)}\vee\overline{K(t)}\cdot Q(t)$

（3）　$Q(t+1)=J(t)\cdot\overline{Q(t)}\vee J(t)\cdot\overline{K(t)}\vee\overline{K(t)}\cdot Q(t)$

（4）　$Q(t+1)=(J(t)\vee Q(t))\cdot(\overline{K(t)}\vee\overline{Q(t)})$

ファジィ論理においては相補法則が成立しないため[2]，(2），（3），（4）の3式に0から1までの任意の値を許すと，すべて異なった結果を示すことになる．従ってＪＫフリップフロップをファジィに拡張する場合，単に2値における1つの論理式だけに注目して拡張を行うのは，その論理式が示すＪＫフリップフロップの一部分のみの拡張となるので注意が必要である．本論文では，本来の回路設計手順を念頭に置き，入力・出力の関係を表記したカルノー図に注目してＪＫフリップフロップをファジィへ拡張してゆく．

4.カルノー図の拡張

ファジィへの拡張を考えてゆく上では，0から1までのすべての中間の値を考慮しなくても，3値（0，1/2，1）を用いれば充分である[2]．そこでカルノー図を拡張する場合，各変数の状態を0，1の2つの状態から，0，1/2，1の3つの状態へ拡張し，そのカルノー図を用いて考察してゆけばよい．図2に2値におけるＪＫフリップフロップの特性方程式（1）式を3値へ拡張したカルノー図を示す．

Q＼J / K	J=0, K=0	J=0, K=1/2	J=0, K=1	J=1/2, K=0	J=1/2, K=1/2	J=1/2, K=1	J=1, K=1	J=1, K=1/2	J=1, K=0
0	0	0 ①	0	1/2	1/2	1/2	1	1 ④	1
1/2	1/2	1/2	0 ②	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2 ⑤
1	1	1/2	0	1 ⑥	1/2	0 ③	0	1/2	1

図2

5.ファジィ JK-FFのカルノー図

この図2における真理値Q(t+1)の性質を考察すると，次の3つの種類に分類することが出来る．まず図2において太字で示した真理値は2値におけるＪＫフリップフロップのカルノー図の真理値をそのまま継承しており，ＪＫフリップフロップの本質を示している部分である．

次に図2に網掛けしてある部分は真理値Q(t+1)が0から1へ，又は1から0へ変化する間に当る部分で，これは先に示した太字の真理値が決った段階で必ず1/2となる部分である．

最後に残った部分（図2の①～⑥）は真理値Q(t+1)が0から0へ，又は1から1へ変化する間のもので，図3の①～⑥に対応させることが出来る．

①～⑥のうち真理値Q(t+1)が0から0へ移行する部分（①②③）は0または1/2の値を取る可能性があり，1から1へ移行する部分（④⑤⑥）は1又は1/2の値を取る可能性がある．これをまとめるとファジィへ拡張したＪＫフリップフロップのカルノー図は図4のようになる．

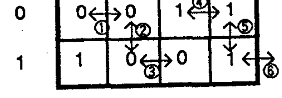


図3

Fuzzy-flipflops expressible with logical expression and its properties.

Yuichiro MORI , Masao MUKAIDONO
Department of Computer Science , Meiji University

J	0	0	0	1/2	1/2	1/2	1	1	1
Q \ K	0	1/2	1	0	1/2	1	1	1/2	0
0	0	① 0/1/2	0	1/2	1/2	1/2	1	④ 1/1/2	1
1/2	1/2	1/2	② 0/1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	⑤ 1/1/2
1	1	1/2	0	⑥ 1/1/2	1/2	③ 0/1/2	0	1/2	1

図4

ここで注目しなければいけない部分は，図３，図４の①〜⑥に示した部分であり，B-３値論理において回路のハザードとして扱われてきたものがこれにあたる[4]．２値からファジィへ拡張する場合，この部分をどのように定義するかにより回路の特性が大きく左右され，又様々な論理式が得られることになる．

６.カルノー図に対応する論理式

ファジィＪＫフリップフロップのカルノー図は図４の様に定義できた．ここでこのカルノー図に対応する論理式を考えてみる．真理値Q(t+1)が０又は1/2，１又は1/2の２通りの値を持つ場所が６ヶ所あるので，すべての場合を考えると，2^6＝６４通りのカルノー図が存在することになる．従ってそれに対応するファジィＪＫフリップフロップの論理式も６４通りの式が考えられる．

７.論理式の分類

６４通りの式のうち一般にファジィ順序回路として用いる場合，どの論理式が素直な性質を持ち，扱い易いか考察する．そこで次の２点に注目して分類する．第１点はあいまいさ(カルノー図中の1/2の個数)．第２点はカルノー図中の真理値の合計．すると図５のような結果が得られる．

	最大	最小
1/2の個数	19	13
真理値の合計	15.0	12.0

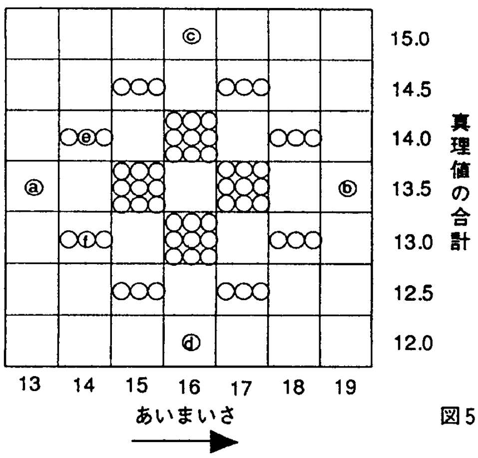


図5

（a） $Q(t+1)=J\bar{Q}+\bar{K}Q+J\bar{K}$

（b） $Q(t+1)=JK\bar{Q}+J\bar{K}\bar{Q}+J\bar{K}Q+\bar{J}\bar{K}Q+\bar{J}K\bar{K}\bar{Q}+\bar{J}KQ\bar{Q}+J\bar{J}KQ$

（c） $Q(t+1)=J\bar{Q}+\bar{K}Q+J\bar{K}+\bar{J}K\bar{K}\bar{Q}+\bar{J}KQ\bar{Q}+J\bar{J}KQ$

（d） $Q(t+1)=JK\bar{Q}+J\bar{K}\bar{Q}+J\bar{K}Q+\bar{J}\bar{K}Q$

（e） $Q(t+1)=J\bar{Q}+\bar{K}Q+J\bar{K}+\bar{J}KQ\bar{Q}$

（f） $Q(t+1)=J\bar{Q}+\bar{K}Q$

８.論理式の検証

６４通りの論理式を検証した結果，ａ点以外の式は，次の状態Q(t+1)が現在の状態Q(t)によって制限されてしまい，J(t)，K(t)にどのような値を入れてもQ(t+1)が０から１の間で変化させることが出来なくなってしまう．例としてｃ式においてQ(t)＝０.７の時のグラフ（図６）を示す．

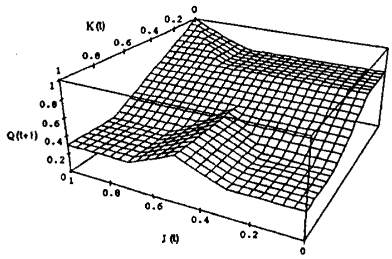


図6

この場合，次の状態は0.3≦Q(t+1)≦1となり，Q(t+1)を強制的に０にすることは出来ない．同様にａ点を除く６３種類の式はQ(t)によってなんらかの制限がされてしまう．

９.ファジィJK-FlipFlop として適する論理式

一般的なフリップフロップとして用いるためには，内部状態Q(t)がどのような状態においても，使い手が望んだとき強制的にセットもしくはリセットが出来なくてはいけない．この条件を満たすのは唯一ａ式のみである．ａ式を用いたときのグラフを図７に示す．

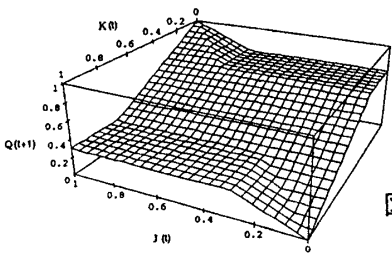


図7

K.Hirota & W.Pedrycz 氏の提案したＪＫフリップフロップの論理式[1]は図５中のｅ式とｆ式をＪ(t)とK(t)の関係によって切り替えて上の条件を満たすものであったが，ａ式を用いればその必要はなく１つの式で処理することが出来る．

１０.まとめ

ＪＫフリップフロップをファジィに拡張するにあたり，カルノー図に1/2を導入して考えたが，結果として最も適する式は，あいまいさにおいて最小の式（(a)式）であり，B-３値論理におけるハザードの発生しない回路[4]に相当することが判った．

１１参考文献

［１］K.Hirota & W.pedrycz , Designing sequential systems with fuzzy J-K flip-flops , IFSA (North-Holland , Amsterdam,1991)

［２］向殿政男,Fuzzy理論における２、３の性質について，信学論 vol58-D No.3 1975

［３］向殿政男,B-三値論理関数について　-あいまいさを考慮した三値論理関数-　,信学論 vol55-D No.6 1972

［４］向殿政男,組合せ回路におけるハザードのB-３値論理を用いた考察,信学論 vol61-D No.9 1978