5F−8

遅延ナローイング計算系

– 閉包による定式化 – *†

奥居 哲　井田 哲雄
筑波大学

1　はじめに

我々が既に与えた遅延ナローイング計算系[1]の実際のインプリメンテーション[2]では、DAGを用いて遅延評価における反復計算の回避と処理の高速化を計っている。本稿では、インプリメンテーションに即した、閉包に基づく遅延ナローイング計算系を示す。まず項書換え系に対して閉包書換え系を定式化する。次にこの枠組を用いて、(項の)遅延ナローイング計算系に対して閉包の遅延ナローイング計算系を導入する。

2　閉包書換え系

変数、項、代入の集合をそれぞれ$\mathcal{V}(\ni x,y,z)$、$\mathcal{T}(\ni s,t,c,d)$、$\Theta(\ni \theta,\sigma)$で表す。代入の列を環境、環境と項の対を閉包と呼ぶ。環境の集合、閉包の集合をそれぞれ$\vec{\Theta}(\ni \alpha,\beta)$、$\mathcal{C}$で表す。$\theta[t/x]$は、

$$\theta[t/x](y)=\begin{cases} t & y=x\text{の場合} \\ \theta(y) & \text{その他の場合}\end{cases}$$

なる代入を表す。環境αに対して、代入$|\alpha|$を

$$\begin{aligned}|\varepsilon| &= \emptyset\ (\text{空の代入})\\ |\theta\alpha| &= \theta\circ|\alpha|\end{aligned}$$

で対応させる。$\circ$は代入の合成である。

(条件付き)書換え規則の集合を$\mathcal{R}$で表す。$\langle\mathcal{C},\mathcal{R}\rangle$を、項書換え系$\langle\mathcal{T},\mathcal{R}\rangle$を基礎とする閉包書換え系(c-TRS)と呼ぶ。以下$\mathcal{R}$として弱正規な(条件付き)書換え規則を対象にする。

閉包$\alpha\cdot t$の出現位置uにおける部分閉包$(\alpha\cdot t)/u$を、次のように定義する。

$$\begin{aligned}(\alpha\cdot t)/\Lambda &= \alpha\cdot t\\ (\theta\alpha\cdot x)/i.u &= (\alpha\cdot\theta(x))/i.u\\ (\alpha\cdot f(\ldots,t_i,\ldots))/i.u &= (\alpha\cdot t_i)/u\end{aligned}$$

ただし、Λは根の出現位置を表す。$(\alpha\cdot t)[u\leftarrow s]$は、環境$\alpha$のもとで、項$t$の出現位置$u$における部分項を項$s$で置換してできる閉包を表しており次のように定義される。

$$\begin{aligned}(\theta\alpha\cdot x)[u\leftarrow s] &= \theta[t/x]\alpha'\cdot x\\ &\quad\text{ここで}\ \alpha'\cdot t=\alpha\cdot\theta(x)[u\leftarrow s]\\ (\alpha\cdot f(\ldots,t_i,\ldots))[\Lambda\leftarrow s] &= \alpha\cdot s\\ (\alpha\cdot f(\ldots,t_i,\ldots))[i.u\leftarrow s] &= \alpha'\cdot f(\ldots,t'_i,\ldots)\\ &\quad\text{ここで}\ \alpha'\cdot t'_i=(\alpha\cdot t_i)[u\leftarrow s]\end{aligned}$$

閉包のあいだの関係$\xrightarrow{i}$ $(i\geq 0)$を次のように定義する。

1. $\xrightarrow{0}$は$\emptyset$(空集合)である。
2. $\mathcal{R}$の書換え規則の変種$l\to r\Leftarrow s_1\downarrow t_1,\ldots,s_n\downarrow t_n$、項$t$の非変数出現位置$u$、代入$\sigma$が存在して、
   - $|\alpha|\ t/u=\sigma l$
   - $\theta=\{t'/x\mid \alpha'\cdot t'=(\alpha\cdot t)/u.o(l,x),\ x\in Dom(\sigma)\}$
   - $\beta\cdot s=(\theta\alpha\cdot t)[u\leftarrow r]$
   - $\forall k=1,\ldots,n,\ \exists\,\beta_k\cdot q_k,\ \theta\cdot s_k\xrightarrow{i-1}{}^{*}\beta_k\cdot q_k\ {}^{*}\!\xleftarrow{i-1}\theta\cdot t_k$

   ならば、$\alpha\cdot t\xrightarrow{i}\beta\cdot s$である。ただし$o(l,x)$は線形な項$l$における変数$x$の出現位置を、$\xrightarrow{i-1}{}^{*}$は$\xrightarrow{i-1}$の反射推移閉包を表す。

以上の定義のもとで、c-TRS $\langle\mathcal{C},\mathcal{R}\rangle$における閉包書換え関係$\to$を$\bigcup_{i\geq 0}\xrightarrow{i}$で定義する。

閉包の書換えはDAGの書換えの特別な場合に相当している。したがって、$\langle\mathcal{C},\mathcal{R}\rangle$における正規形の集合を$\mathcal{NF}_{\mathcal{C}}$、基礎となる$\langle\mathcal{T},\mathcal{R}\rangle$における正規形の集合を$\mathcal{NF}_{\mathcal{T}}$とすれば、両者は次のように関係づけられる。

$$\alpha\cdot t\in\mathcal{NF}_{\mathcal{C}}\Leftrightarrow|\alpha|\ t\in\mathcal{NF}_{\mathcal{T}}$$

3　閉包遅延ナローイング計算系 c-LNC_1

c-LNC_1は遅延ナローイング計算系LNC_1を、前節の枠組にしたがって、等式列と環境からなる閉包を扱うように改めたものである。c-LNC_1の対象となる条件付き等式とゴール式の構文は、LNC_1と同じである。ただしゴール式については$\Leftarrow t_1=d_1,\ \ldots,\ t_n=d_n$を$\Leftarrow\varepsilon\cdot(t_1=d_1,\ldots,t_n=d_n)$に変換した後でc-$LNC_1$に与える。c-$LNC_1$の推論規則を図1に示す。c-$LNC_1$導出は、$LNC_1$の場合と同様に定義される。等式列が空であるようなゴール式$\Leftarrow\alpha\cdot$ ($\alpha\cdot\Box$と書く)を導く導出をc-LNC_1反駁と呼ぶ。

Lazy Narrowing Calculi,
Satoshi Okui and Testuo Ida,
University of Tsukuba

1. 遅延ナローイング [ln] (lazy narrowing)

$$\frac{\Leftarrow \alpha \cdot (s = d, E)}{\Leftarrow \alpha' \cdot (F, s' = d, E) \text{ ここで } \alpha' \cdot s' = (\{((\alpha \cdot s)/1)/x_1, \ldots, ((\alpha \cdot s)/n)/x_n\}\alpha \cdot s)[\Lambda \leftarrow t]} \quad |\alpha|\, s = f(\ldots),\ f(x_1, \ldots, x_n) = t \Leftarrow F$$

2. データ項束縛 [vd] (variable elimination of data terms)

$$\frac{\Leftarrow \alpha \cdot (s = d, E)}{\Leftarrow \theta\alpha \cdot E \text{ ここで} \theta = \{d/x\}} \quad |\alpha|\, s = x (\in \mathcal{V})$$

3. 構成子項束縛 [vc] (variable elimination of constructor terms)

$$\frac{\Leftarrow \alpha \cdot (s = d, E)}{\Leftarrow \theta\alpha \cdot E \text{ ここで } \theta = \{s/x\}} \quad |\alpha|\, s = c(\ldots),\ |\alpha|\, d = x (\in \mathcal{V})$$

4. 単一化 [u] (unification of constructor terms)

$$\frac{\Leftarrow \alpha \cdot (s = d, E)}{\Leftarrow \theta\alpha \cdot E \text{ ここで } \theta = \{((\alpha \cdot s)/1)/x_1, \ldots, ((\alpha \cdot s)/n)/x_n\}} \quad |\alpha|\, s = c(\ldots),\ |\alpha|\, d = c(x_1, \ldots, x_n)$$

- E は等式の列を表す。
- 遅延ナローイング [ln] は、$|\alpha|\, s$ の最左記号が関数記号 (f) であり、書換え規則の変種 $f(x_1, \ldots, x_n) = t \Leftarrow F$ が存在する場合にのみ適用できる。
- データ項束縛 [vd] は、$|\alpha|\, x$ が変数である場合にのみ適用できる。
- 構成子項束縛 [vc] は、$|\alpha|\, s$ の最左記号が構成子記号であり、$|\alpha|\, x$ が変数である場合にのみ適用できる。
- 単一化 [u] は、$|\alpha|\, s$ と $|\alpha|\, d$ の最左記号が構成子記号である場合にのみ適用できる。

図 1: c-LNC_1 の推論規則

次の例は、c-LNC_1 反駁において反復計算が回避される様子を示している。

例 条件付き等式

$$\mathcal{R} = \{ \quad \begin{aligned} & f(x) = g(x, x), \\ & g(y, z) = d \Leftarrow y = c, z = c, \\ & a = c\} \end{aligned}$$

とゴール式 $\Leftarrow \varepsilon \cdot f(a) = d$ の c-LNC_1 反駁は次のようになる。

$$\begin{array}{lrl} & \Leftarrow \varepsilon & \cdot f(a) = d \\ \rightarrow_{[\mathrm{ln}]} & \Leftarrow \{a/x\}\varepsilon & \cdot g(x, x) = d \\ \rightarrow_{[\mathrm{ln}]} & \Leftarrow \{x/y, x/z\}\{a/x\}\varepsilon & \cdot d = d, y = c, z = c \\ \rightarrow_{[\mathrm{u}]} & \Leftarrow \{x/y, x/z\}\{a/x\}\varepsilon & \cdot y = c, z = c \\ \rightarrow_{[\mathrm{ln}]} & \Leftarrow \{x/y, x/z\}\{c/x\}\varepsilon & \cdot y = c, z = c \\ \rightarrow_{[\mathrm{u}]} & \Leftarrow \{x/y, x/z\}\{c/x\}\varepsilon & \cdot z = c \\ \rightarrow_{[\mathrm{u}]} & \{x/y, x/z\}\{c/x\}\varepsilon & \cdot \Box \end{array}$$

同じ $\mathcal{R}$ と $\Leftarrow f(a) = d$ の LNC_1 反駁と比較すると、この反駁では等式 $z = c$ に対する遅延ナローイング [ln] の余分な適用が回避されている。

4 おわりに

c-LNC_1 に対しても LNC_1 と同様な健全性と完全性が成立すると予想される。現在この点について検討中である。

参考文献

[1] 奥居 哲 井田 哲雄. 関数・論理型プログラミング言語のための遅延ナローイング計算系. 情報処理学会論文誌投稿中.

[2] 鈴木太郎 井田 哲雄. 遅延ナローイング計算系に基づく言語 Ev とその処理系. 情報処理学会全国大会予稿, (5F-7), 1992.