5F−6

遅延ナローイングによる正規化手続きの実現

西岡 知之　　井田 哲雄
筑波大学

1 はじめに

あいまいでない左線形項書換え系のもとで、正規形を持つ項 t の正規形を求める方法としては、並列最外戦略、GK 戦略あるいは call-by-need 戦略などの、戦略すなわち可簡約項の選び方に基づく方法がある。

我々は、これらのアプローチとは異なり、項書換え系を条件付き項書換え系に変換した上で、遅延ナローイングの考え方に基づく推論規則により書換えを行なう、という形で正規形を求める手続きを実現した。本稿では、その具体的な方法について述べる。

2 準備

$\mathcal{V}$ を可算無限個の変数記号の集合、$\mathcal{F}$ を有限個の関数記号の集合 (ただし $\mathcal{F} \cap \mathcal{V} = \emptyset$)、$\Sigma = \mathcal{F} \cup \mathcal{V}$ とする。項として Σ から作られる1階の項を考える。項 t に含まれる変数の集合を $Var(t)$ で表す。変数を含まない項を基礎項という。

l、r を項とした時、「$l \to r$」(ただし $Var(l) \supseteq Var(r)$、l は非変数) を書換え規則という。項書換え系とは、Σ と、書換え規則の集合 R の対 $\langle \Sigma, R \rangle$ をいう。

あいまいでなく (各書換え規則の間に重なりがない)、左線形 (規則の左辺に同じ変数が2回以上現れることがない) であるような書換え規則からなる項書換え系を正則項書換え系という。正則項書換え系においては、CR 性が保証されている。従って正規形が存在するなら、それは唯一に定まる。

正整数の列で部分項の出現位置を表す。項 t の位置 u における部分項 t/u を s で置き換えてできる項を $t[u \leftarrow s]$ で表す。

書き換えられる項の部分項で、書き換え規則とマッチする項を可簡約項という。

条件付き書換え規則は、「$l \to r \Leftarrow E^*$」という形をしている。$l \to r$ を書換え規則部、E^* を条件部という。E^* は条件の列を表す。直観的にはこの規則は、条件部が成立する時に書換え規則を使ってもよいことを表している。

以下では関係の反射推移閉包を、関係を表す記号の右上に、* をつけて表す。v、w、x、y を変数記号として用いる。項を s、t で、t の正規形を $\hat{t}$ で、また出現位置を u で表す。

3 遅延ナローイングによる正規化簡約系

ナローイングに関数型プログラミング言語における遅延評価の考え方を採り入れたものを遅延ナローイングという。我々はすでにナローイングをより基本的ないくつかの操作に分解する形で遅延ナローイングに基づく計算系を構成している [3]。

本稿に示す簡約系も、同様のアプローチに基づいている。すなわち、書換えをより基本的な操作、具体的には (1) 書換え対象となる部分項の決定、(2) 規則との単一化、(3) 部分項の置き換え、に分解する。さらに (1) において、最外戦略をとるというかたちで遅延評価を実現する。

3.1 条件付き項書換え系への変換

まず書換え規則を条件付き書換え規則に変換する。規則の左辺の引数部分を全て変数に置き換え、引数部分の単一化可能性の検査を条件付き書換え規則の条件部に明示的に表すことにする。

条件部は新しい簡約関係 $\twoheadrightarrow$ を使って表す。$s \twoheadrightarrow t$ は、s を何回か書き換えると t になることを表す。

具体的な変換手続きを図1に示す。例えば、書換え規則

$$g(c(x), a, y) \to b$$

は、この変換によって条件付き書換え規則

$$g(v, w, y) \to b \Leftarrow v \twoheadrightarrow c(x), w \twoheadrightarrow a$$

に変換される。

> **変換規則** $CConv$
> 入力: 正則項書換え系の書換え規則の集合 R
> 出力: 条件付き書換え規則の集合 CR
>
> $CR := \emptyset$
> **let** $Conv_c[\![f(t_1, \ldots, t_n) \to t \Leftarrow E^*]\!] =$
> 　**if** $t_1, \ldots, t_n$ が全て変数
> 　**then** $f(t_1, \ldots, t_n) \to t \Leftarrow E^*$
> 　**else let** $t_i \in \{t_1, \ldots, t_n\}$ s.t. t_i は非変数,
> 　　　t_i の $f(t_1, \ldots, t_n)$ における出現位置を u
> 　　**in** $Conv_c[\![f(t_1, \ldots, t_n)[u \leftarrow x] \to t \Leftarrow E^*, x \twoheadrightarrow t_i]\!]$
> **in for** $r \in R$ **do**
> 　　$CR := CR \cup Conv_c[\![r \Leftarrow \quad]\!]$
> **end**

図1: 条件付き項書換え系への変換規則

変換後の条件付き項書換え規則の書換え規則部の左辺は、$f(x_1, \ldots, x_n)$、ただし $x_1, \ldots, x_n$ はすべて相異なる変数、という形をしている。このような形を均一形という。また、条件部は「$x \twoheadrightarrow t$」、t は変数でない項、の形をした項からできている。

さらに、正規形を求めることを表す関係 $\xrightarrow{\!\!\wedge}$ を導入する。$s \xrightarrow{\!\!\wedge} t$ は s を何回か書き換えると t になり、かつ t は s の正規形であることを表す。

$t \twoheadrightarrow s$、$t \xrightarrow{\!\!\wedge} s$ をアトムという。

Normalizing Procedure Based on Lazy Narrowing
Tomoyuki Nishioka, Tetsuo Ida
University of Tsukuba

3.2 推論規則

図2にこの条件付き書換え系を実際に動かすのに必要な推論規則を示す。

1. [一ステップ簡約]

   $p \rightarrow q \Leftarrow E^* \in CR$、$\theta p \equiv t$ のとき

   $1-a$

   $$\frac{\Leftarrow t \twoheadrightarrow s, F^*}{\Leftarrow \theta(E^*, q \twoheadrightarrow s, F^*)} \quad s \text{ は非変数}$$

   $1-b$

   $$\frac{\Leftarrow t \hat{\twoheadrightarrow} x, F^*}{\Leftarrow \theta(E^*, q \hat{\twoheadrightarrow} x, F^*)}$$

2. [分解]

   $$\frac{\Leftarrow f(t_1,\ldots,t_n) \twoheadrightarrow f(s_1,\ldots,s_n), F^*}{\Leftarrow t_1 \twoheadrightarrow s_1,\ldots,t_n \twoheadrightarrow s_n, F^*}$$

   ただし $f(x_1,\ldots,x_n) \rightarrow t \Leftarrow E^* \notin CR$

3. [内部簡約]

   $$\frac{\Leftarrow f(t_1,\ldots,t_n) \hat{\twoheadrightarrow} x, F^*}{\Leftarrow t_1 \hat{\twoheadrightarrow} x_1,\ldots,t_n \hat{\twoheadrightarrow} x_n, \theta F^*}$$

   ただし $f(x_1,\ldots,x_n) \rightarrow t \Leftarrow E^* \notin CR$

   $\theta = \{f(x_1,\ldots,x_n)/x\}$、

   $x_1,\ldots,x_n$ は相異なる新たな変数

4. [遅延]

   $$\frac{\Leftarrow f(t_1,\ldots,t_n) \twoheadrightarrow x, F^*}{\Leftarrow \theta F^*}$$

   ここで $\theta = \{f(t_1,\ldots,t_n)/x\}$

図 2: 推論規則

規則1での単一化操作 $\theta p \equiv t$ は、(1) 変換 $CConv$ によりpの引数は全て変数になっているので、実際には最も外側の関数記号の一致だけを確認し、残りは変数への代入操作で済む、(2) 推論規則を適用するアトムの左辺は必ず基礎項なので、出現検査の必要がないことから、一般の単一化操作より単純なものになっている。また規則の適用に際しては、規則 1-b より規則4に強い適用順位を与えることにより、適用したいアトムに対して適用する推論規則を一意に定めることができる。

これらの推論規則の適用により、基礎項 t について、$\Leftarrow t \hat{\twoheadrightarrow} x$ の反駁を試みる。推論規則の適用の際に生じる代入を反駁全体に渡って合成したものを計算解代入という。反駁に成功し、$\theta = \{s/x\}$ なる計算解代入が得られるならば、s は t の正規形になる。

3.3 簡約の例

本稿の簡約系による計算の例を以下に示す。図3に示す規則のもとで、基礎項 $g(c(loop(d)),d)$ の正規形を求めたものが図4である。結果として x には正規形 b が束縛される。

$$\begin{array}{ll}
\text{変換前}:R_1 = \{ & g(c(w),a) \rightarrow b, \\
 & loop(v) \rightarrow loop(v), \\
 & d \rightarrow a\} \\
\text{変換後}:CR_1 = \{ & g(y,z) \rightarrow b \Leftarrow y \twoheadrightarrow c(w), z \twoheadrightarrow a, \\
 & loop(v) \rightarrow loop(v), \\
 & d \rightarrow a\}
\end{array}$$

図 3: 変換前後の規則

$$\begin{array}{cl}
\underline{\Leftarrow g(c(loop(d)),d) \hat{\twoheadrightarrow} x} & \\
\underline{\Leftarrow c(loop(d)) \twoheadrightarrow c(w), d \twoheadrightarrow a, b \hat{\twoheadrightarrow} x} & \{c(loop(d))/y, d/z\} \\
\underline{\Leftarrow loop(d) \twoheadrightarrow w, d \twoheadrightarrow a, b \hat{\twoheadrightarrow} x} & \\
\underline{\Leftarrow d \twoheadrightarrow a, b \hat{\twoheadrightarrow} x} & \{loop(d)/w\} \\
\underline{\Leftarrow a \twoheadrightarrow a, b \hat{\twoheadrightarrow} x} & \\
\underline{\Leftarrow b \hat{\twoheadrightarrow} x} & \\
\square & \{b/x\}
\end{array}$$

図 4: 反駁図

4 簡約系の完全性

本稿で示した簡約系について次の定理を証明した。

定理 1 (健全性) $\Leftarrow t \hat{\twoheadrightarrow} x$ に対する反駁が存在し、かつその計算解代入を θ とすると、$t \rightarrow^* \theta x$、かつ θx は正規形である。

定理 2 (公平な最外戦略に対する完全性) 公平な最外戦略によって $t \rightarrow^* \hat{t}$ ならば、$\Leftarrow t \hat{\twoheadrightarrow} x$ に対する反駁が存在し、その計算解代入を θ とすると、$\theta x \equiv \hat{t}$ である。

ここで「公平」とは、可簡約項の選択について公平であることをいう。すなわち公平な最外戦略とは、ある時点で最外可簡約項である項あるいはその剰余項が、十分な書換えの後に残っていることがないような戦略である。公平な最外戦略については、[2], [1] において正規化戦略であることが証明されている。従って定理2によりこの簡約系は正規化簡約系であることがいえる。

5 おわりに

正則項書換え系を、遅延ナローイングの考え方に基づいて正規化簡約系を実現した。

今後の課題としては、効率に関するより正確な考察、あるいは適用できる項書換え系のクラスの拡張が考えられる。

参考文献

[1] J. A. Bergstra and J. W. Klop. Conditional rewrite rules: Confluence and termination. *JCSC*, 32:323–362, 1986.

[2] M. O'Donnell. *Computing in systems described by equations*, volume 58 of *LNCS*. Springer-Verlag, 1977.

[3] 奥居 哲 井田 哲雄. 関数・論理型プログラミング言語のための遅延ナローイング計算系. 情報処理学会論文誌 (投稿中).