

5G-2

ペトリネット表現された  
生産システムの不変集合について

山田 洋之 菅澤 喜男 平野 菅保  
日本大学

1. はじめに

ジョブショップ(Job Shop:以後JSと記す)型の生産システムをペトリネット(Petri Net:以後PNと記す)でモデル化し、モデル化されたシステムの構造と性質をシステムの不変集合(Invariant Set)を求めて明らかにする。

PNにおける不変集合の研究[1][2]は不変集合の数学的な問題と意味についての解説は見られるが、実際的なシステムへの応用は、ほとんどなされていない。

本論文では、具体的かつ実際的なシステムとしてJS型生産システムを取り上げ、PN理論における不変集合を求めることで、システムの構造と性質を明らかにする方法を検討するものである。

2. JS型生産システムのPNモデル

PNは、非同期・並列システムをモデル化するツールとして有効である。その中でもタイムPN(Timed PN,以下TPNと記す)は、位置( $\circ$ )または転位( $|$ )に、時間を与えたPNである。すなわち、各転位に対し、その転位の発火に要する時間を規定している。図1[3]はJS型生産システムをTPNでモデル表現している。位置( $P_i, i=1, 2, \dots, 17$ )および転位( $t_j, j=1, 2, \dots, 12$ )は次のとおりである。

- |                             |                            |                                |
|-----------------------------|----------------------------|--------------------------------|
| $P_1 - P_5$ ; Job1-5        | $P_6 - P_{10}$ ; Job1-5作業中 | $P_{11} - P_{15}$ ; Job1-5作業完了 |
| $P_{16}$ ; 加工待ち             | $P_{17}$ ; 加工完了            | $t_1 - t_5$ ; Job1-5作業開始       |
| $t_6 - t_{10}$ ; Job1-5作業終了 | $t_{11}$ ; 生産完了            | $t_{12}$ ; 生産開始                |

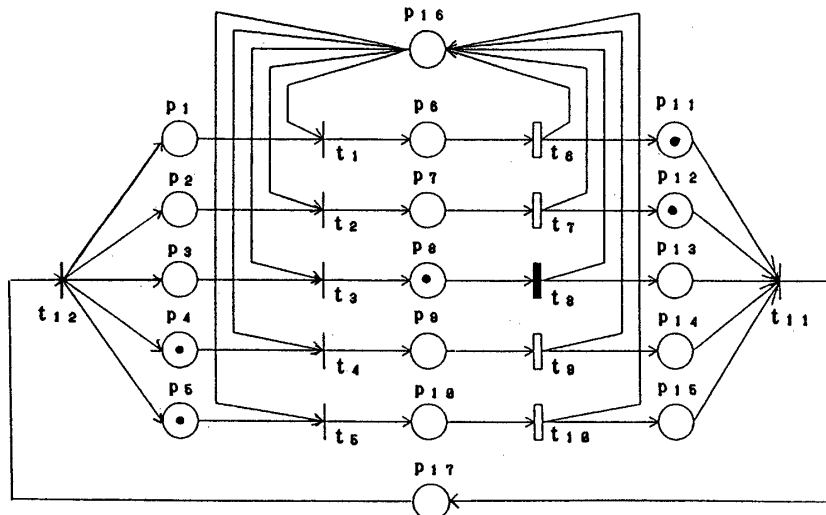


図1 JSのTPNモデル

On Invariant Set of Production System Represented by Petri Net  
Hiroyuki YAMADA, Yoshio SUGASAWA and Sugayasu HIRANO  
Nihon University

### 3. システムの不変集合

1) 不変集合とは

不変集合  $I$  とは、到達可能な各マーク付け ( $M$ ) 上で

$$\sum_{P \in I} M(P_i)$$

が定数の位置集合をいう。ただし、 $I$  は不変集合となる真部分集合を持たない。

2) 解析方法 (ここでは詳しい解析方法については省略する)

T P N モデルの接続行列を  $N$  とすると、不変集合は

$$N^T \cdot x = 0 \quad (N^T \text{ は } N \text{ の転置行列})$$

の方程式の  $x$  を解くことにより求まる。

3) 解析結果

図 1 の J S T P N モデルの不変集合を解析した結果、次に示す 6 つの互いに素なる不変集合  $I_{1-6}$  が存在する。

$$I_1 = \{P_1, P_6, P_{11}, P_{17}\}, I_2 = \{P_2, P_7, P_{12}, P_{17}\}, I_3 = \{P_3, P_8, P_{13}, P_{17}\}, \\ I_4 = \{P_4, P_9, P_{14}, P_{17}\}, I_5 = \{P_5, P_{10}, P_{15}, P_{17}\}, I_6 = \{P_6, P_7, P_8, P_9, P_{10}, P_{16}\}$$

### 4. J S 型生産における不変集合の意味

サブ工程の挙動が、工程全体の挙動に、何らかの直接的な影響を及ぼすとき、一般にサブ工程は、クリティカルな工程と呼ばれ、工程管理のポイントとなる。

図 1 のモデルを解析した結果より、次に示す構造的な特徴を持っていることが明らかにされた。①すべての位置は、いずれかの不変集合に属している。②一部の位置は、複数の不変集合に共通した要素である。ただし、いずれの不変集合も他の不変集合の真部分集合ではない。

J S 工程モデルのリードタイム  $LT$  を考えると、先に挙げた 2 つの構造的な特徴のため、各転位に与えられた時間を  $T(t_j)$  とすると

$$LT = \sum T(t_j)$$

である。よって、図 1 で定義された 5 つの Job のうち、いずれか一つの Job 処理の遅延が、J S 全体の遅延 (クリティカルな工程) となる。

### 5. まとめ

J S 型の生産システムを T P N でモデル化し、不変集合を解析することにより、要素に交わりを持つ不変集合群 (ただし、他の不変集合を真部分集合としない) から構成されている J S 型の生産システムは、クリティカルな性質を持つことが明らかとなった。今後、生産システムの不変集合の解析と意味についての研究は、システム設計を効果的に進める上で重要な課題である。

#### 【参考文献】

[1] Agerwala, T., "Putting Petri Nets to Work" COMPUTER, vol. 12, no. 12, pp85-94, IEEE Computer Society, 1979

[2] W. ライシツヒ著、長谷川、高橋訳 "ペトリネット理論入門" PP86-110, シュプリンガー・フェアラーク東京, 1988

[3] 小島、菅澤、他, "ロジスティック生産システムの物と情報の流れを考慮したペトリネットモデル" 情報処理学会第 41 回全国大会講演論文集 (分冊 1) P1-90, 1990