

## 4H-6

並列マシン Cenju における  
非線形 MHD 型プラズマシミュレーション

松下 智, † 鳴澤 勝, ‡ 栗田 源一, ‡ 常松 俊秀, ‡ 竹田 辰興, 小池 誠彦  
日本電気(株) C&C システム研究所, † 日本電気技術情報システム開発(株)  
‡ 日本原子力研究所 核融合研究部

## 1 はじめに

非線形 MHD 型プラズマシミュレータ AEOLUS は日本原子力研究所で開発されたコードで、ベクトル計算機用にチューニングが進められ、ベクトル化によりスカラコードの 6~7 倍の速度向上が確認されていた。[1]

AEOLUS の計算量の大部分はベクトル化可能な陽解法からなるが、一方、ラプラシアン の逆演算を行なう陰解法の部分も存在する。この部分は、数値演算的にはブロック三重対角行列を係数行列に持つ行列方程式の求解になるためベクトル長がきわめて短くなり、これがベクトルマシンでの性能向上の隘路となっていた。

今回、日本原子力研究所 那珂研究所と共同で MIMD 型並列マシン向けの並列化手法を提案し、処理性能の計算を行なった。本方式では、従来のベクトルデータを分割してプロセッサに割り付けて陽解法を並列化し、PE 間でパイプライン的に処理を行なうことで、陰解法部分も並列化した。

本方式では、(1) 各プロセッサの負荷分散が静的に均等に定まる。(2) 通信が隣接 PE 間の境界データの交換のみで済み、かつ、同時に全 PE が通信することが可能で、通信コストが極めて小さい。(3) データを各 PE に分散配置することができ大きなデータサイズに対応できる。などの長所がある。

さらに、我々が開発した並列マシン Cenju 上実装し評価を行った。この結果、小規模な実用データを用いて 64 台で 17 倍の速度向上を、実験用の大規模なデータでは 64 台で 42 倍の速度向上を確認した。

## 2 プラズマシミュレータ (AEOLUS)

AEOLUS は、大アスペクト比、低  $\beta$  プラズマもとに簡約化した磁気流体方程式を用いた時間発展解析であり、非線形な 3 次元偏微分方程式の数値演算である。

数値演算に際しトーラス上の動径方向については差分法で離散化し、角度方向に関してはフーリエ変換で離散化することで数値演算を行う。以降これらの分割数を順にメッシュ  $R$ 、トロイダルモード  $N$ 、ポロイダルモード  $M$  とする。時間積分に関しては 2 段の予測値修正値法

Nonlinear MHD Plasma Simulator on Cenju  
Satoshi MATSUSHITA, † Masaru NARUSAWA  
‡ Gen-ichi KURITA, ‡ Toshihide TSUNEMATSU,  
‡ Tatsuoki, TAKEDA and Nobuhiko KOIKE  
NEC Corporation, † NEC Scientific Information System Development Ltd.,  
‡ Japan Atomic Energy Research Institute

で積分する。

AEOLUS の演算パターンは、以下の 3 つに分類できる。

	処理名	演算量	係数行列	並列性
A	メッシュ方向微分、時間積分(陽解法)	大	3重対角行列	メッシュ方向、モード方向
B	モード間の結合演算(非線形、陽解法)	非常に大	非線形、疎	メッシュ方向、モード方向
C	ラプラシアンの逆演算(空間積分、陰解法)	小	ブロック3重対角行列	モード方向

(C) は、係数行列が静的であるため、あらかじめ LU 分解しておき、各タイムステップでは前進消去と後退代入処理のみを行なう。また、トロイダルモード  $N$  方向に関して並列化が可能である。

## 3 並列化方式

今回提案する方式では、(A)、(B) の通信が隣接 PE 間での通信だけで済むことを考慮し、陽解法部分はメッシュ方向に並列化する。

一方、陰解法部分を単純にモード方向に並列化すると、 $R = 1000, M = 20, N = 5$  のデータサイズでは、各 PE が 8MB のデータ転送を行うことになり並列化を妨げる。そこで、図 1 に示すように係数行列をメッシュ方向に分割し、パイプライン的に前進代入 / 後退消去を行ない並列化した。図 1 には  $Y$  から  $X$  を求める前進消去の並列化を例に示す。

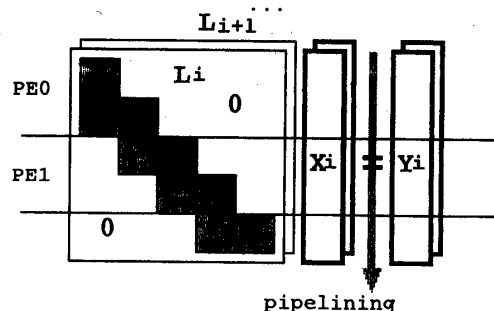


図 1: 前進消去の並列化

### 3.1 処理時間の予測

sun4 上での処理時間をもとに、通信時間を考慮して並列処理時間を見積もる。(データサイズが十分大きいと仮定し逐次処理部分は考慮しない。)

この際、プロセッサ台数  $P$ 、通信速度  $B$  (byte/sec)、陰解法の処理時間を  $T_i$ 、陽解法部分の処理時間を  $T_e$  とすると以下の式が得られる。

$$T(\text{sec}) = T_i \left( \frac{1}{N} + \frac{1}{P} \right) + 96 \frac{N \times M \times (N + 2P)}{N \times B} \quad (1)$$

$$+ \frac{T_e}{P} + 160 \frac{N \times M}{B} \quad (2)$$

このとき、第1項が陰解法の計算時間、第2項が陰解法での通信時間、第3項が陽解法の計算時間、第4項が陽解法での通信時間である。

$R = 1000, N = 20, M = 5$  とすると、sun4 の測定では  $T_i = 52, T_e = 640$  となる。sun4 の4倍のプロセッサ、 $B = 4$  (MB/s) の通信速度を持った並列マシンを仮定すると、

$$T(\text{sec}) = 0.65 + \frac{170}{P} + 2.4 \times 10^{-4} P \quad (\text{Sec}) \quad (3)$$

となる。250 プロセッサにおいて、各項目は 0.65, 0.66, 0.06 となり、100~256 プロセッサでの並列処理が妥当であると予想される。

## 4 Cenju 上での評価

### 4.1 並列マシン Cenju

我々は並列回路シミュレーション向けの64台構成のMIMD型マルチプロセッサシステム Cenju を開発した。[3]。Cenju の PE は、20MHz の MC68020 およびフローティングコプロセッサ MC68882, wtl1167 から成り、Peak で 1.6MFlops の性能を持つ。

### 4.2 小規模既存データの評価

$R = 200, N \times M = 31$  の既存データの速度向上率を測定し図2に示す。図2で cupnon が (B)、solblk が (C) の処理にあたる。1 タイムステップの実行時間は64台で1.2秒である。

本データでは  $N=9$  であるが、 $M$  が各トロイダルモード  $n$  毎に異なり、最大の処理量のモードに引っ張られて、並列度が低下する。これは、陰解法の計算量は  $M^2$  に比例するから  $\frac{\sum M_i^2}{(\max M_i)^2}$  と計算され、5に低下する。実測値では、(C) の並列度は3に留まっているが、これは、データサイズが小さいため逐次部分の影響が大きく響いているためと考えられる。

### 4.3 実験用大規模データの評価

大きなデータサイズでの性能実証のために、 $R=1000, N=20, M=5$  で1タイムステップの実行時間を測定した。結果を以下に示す。

PE 台数	実行時間(sec)	速度向上
1	3100	1
21	175	18
32	125	25
64	74	42

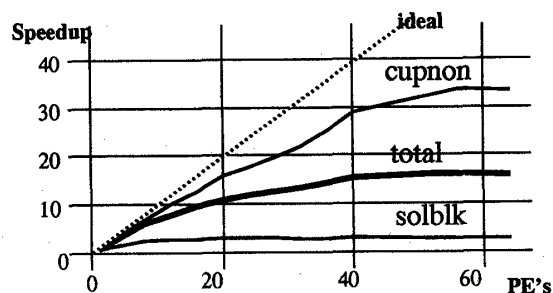


図2: 小規模データでの実行時間

64台で42倍という大きな速度向上が得られた。

また、この結果は、ほぼ実験式  $t(\text{sec}) = 30 + \frac{3075}{P}$  に乗るが、この実験式と1台の時の処理時間が一致するよう理論式(3)に係数を掛けると、理論式3は、 $11.8 + \frac{3090}{P}$  となり、第1項の実測値が理論式の2倍くらいあることがわかる。この原因としては、先の検討で考慮しなかった逐次処理部分を実際には無視できない程度あることが考えられる。

## 5 おわりに

MHD型プラズマシミュレータを、メッシュ方向にデータ分割を行ない、陽解法、陰解法部分を並列化した。本問題は、マルチベクトルマシン向けの問題であるが、上記並列化法は通信など並列化オーバーヘッドが小さく、計算上、データサイズが十分大きければ、256プロセッサで100倍程度の大きな速度向上が得られると予想される。さらに、MC68020を用いた並列マシン Cenju を用いて評価したところ、64台で42倍の速度向上が確認された。現在、この評価の結果をもとに18プロセッサ構成の並列プラズマシミュレーションマシン Proto-METIS を製作し評価を行なっている。

最後に課題をあげる。

1.  $N$  毎に  $M$  のばらつきがある場合、 $N$  の並列度のみでは十分でない。このため、行列の前進消去/後退代入の並列化自体を考慮する必要がある。
2.  $R=1000, N=20, M=5$  といった非常に大きなデータでも逐次部分が無視できない影響を与えている。逐次部分の速度向上が必要である。

## 参考文献

- [1] 浅井 清 他: ベクトル・パラレル計算処理の原子力コードへの適応性, 日本原子力研究所レポート, JAERI-M 87-136, Sep. (1987)
- [2] T.TAKEDA, K.TANI, S.MATSUSHITA, et al.: *Plasma Simulator METIS and Tokamak Plasma Analysis*, US-Japan Workshop on Advances in Computer Simulation Techniques Applied to Plasma and Fusion, (1990)
- [3] 中田, 松下, 小池 他: 並列回路シミュレーションマシン Cenju, 情処 30 周年記念論文, 情処学会誌 Vol.31, No.5, (1990)