

## 制約分類に基づく多次元資源割り付けアルゴリズム自動生成方式

6 F - 4

吉川昌澄 和田慎一

日本電気(株) C&amp;C システム研究所

## 1 はじめに

スケジューリング問題を含む人工知能分野の多くの問題は、制約充足問題 (Constraint Satisfaction Problems) として定式化される。しかし、制約充足問題は NP 完全であり、多項式時間で解決する万能の解法は存在しない。

そこで、制約充足問題の限られた範囲の問題に対して有効な解決戦略の研究が進められている。特に、制約充足問題の変数をノード、変数間の制約をアークに持つグラフ (制約グラフと呼ぶ) の形状に基づいた解法が研究されており、グラフの形状が木に近い問題に対して顕著な成果が現れている [1]。

しかし、応用問題を制約充足問題として表現した場合、その制約グラフの形状が木になるとは限らない。例えば、スケジューリング問題は、与えられた資源をタスクに排他的に割り付ける問題であり、その多くは制約充足問題として定式化可能である。しかし、これらは同一の資源を異なるタスクに割り付けてはならない排他制約を持つため、制約グラフが完全グラフを成し、グラフの形状という観点からは最も難しい種類の制約充足問題に属す。このため、制約グラフの形状に基づく解法は有効ではない。

筆者らは、スケジューリング問題という応用領域の立場から制約充足問題の部分集合を定め、この問題に対して有効な解法を考案した。対象とする問題は、多次元の配列で表現可能な資源をタスクに割り付けるスケジューリング問題 (多次元資源割り付け問題と呼ぶ) であり、多くの応用がある。

また、制約充足問題には万能な解法が存在しないことから、問題が異なれば適当な解法も異なるとの見方から、与えられた問題に対してその問題の性質に応じた適当な解法を選択する方法を検討した。その結果、問題が持つ個々の制約を分類することにより問題と解法との対応付けに成功し、宣言的記述言語により記述されたスケジューリング問題から、その解法を自動的に作成する手法を考案、試作を行なった。

本稿では、多次元資源割り付け問題の解法、および、制約の分析に基づいた割り付けアルゴリズム自動生成方式について報告する。

## 2 多次元資源割り付け問題

与えられた制約を満足するように、多次元の配列で表現可能な資源を複数のタスクに排他的に割り付ける問題を多次元資源割り付け問題と呼ぶ。資源が2次元の場合は、 $R = I \times J$  の配列  $R(i, j)$  で表される資源を  $N$  個のタスク  $n$  に割り付ける (割り付け  $(n, i, j)$  を決定する) 問題である。

例えば、工場の生産計画問題は、ライン ( $i$ ) と時間軸 ( $j$ ) からなる2次元の資源を与えられた作業 ( $n$ ) に割り当てる問題として表現可能である。

以下では、2次元の場合を例として説明する。

An Automatic Algorithm Generation Method for Multi-Dimensional Resource Assignment Problems

Masazumi Yoshikawa, Shin-ichi Wada

C&C Systems Research Labs., NEC Corporation

## 3 制約の分類

実際の問題は、資源とタスクおよび割り付け  $(n, i, j)$  が満たさなければならない制約によって表現される。個々の問題により、その問題が持つ制約の種類はさまざまである。前述のように、問題が持つ制約によって適当な解法も異なるとの見方から、この問題と解法との対応付けを制約を分類することにより検討した。ここでは、制約の分類について説明する。

制約は、その制約に関わる割り付けの個数および変数  $(n, i, j)$  によって分類することができる。例えば、排他制約は、2つの割り付けの3つの変数  $(n, i, j)$  に関与する制約である。以下に、制約の分類を挙げる。

1. タスク  $n$  のみに関わる制約  
「このタスクに割り付けるな」という制約。
2. 資源  $(i, j)$  のみに関わる制約  
「この資源を割り付けるな」という制約。
3. 単一割り付け  $(n, i, j)$  に関わる制約  
「このタスクにこの資源を割り付けるな」という制約。関与する変数が、 $(n, i)$  または  $(n, j)$  の場合、例えば、工場のラインと作業との対応、作業に割り付け可能な時間の範囲などを表す。
4. 2つの割り付け  $(n, i, j), (n', i', j')$  に関わる制約  
複数の割り付けの依存関係を表現する制約。関与する変数が、 $(n, i)$  または  $(n, j)$  の場合、例えば、複数の作業の時間的前後関係などを表す。排他制約を含む。
5. グローバルな制約  
2つの割り付けの制約では表現不可能な複数の割り付けに関する制約。例えば、全体の割り付け個数などに関する制約がある。本稿ではこの制約は扱わない。

## 4 従来の制約充足問題解決方式

従来の制約充足問題の技術として、バックトラックによる方法、制約グラフの形状に基づく制約伝播による方法が挙げられる [1]。これらの利点と欠点を挙げる。

1. バックトラックの方法は汎用である反面、大きな問題に対しては計算量が爆発する。
2. 制約グラフの形状に基づく制約伝播による方法は、疎な制約グラフの問題に対しては非常に有効であるが、複雑な制約グラフを持つ問題に対しては不向きである。

## 5 多次元資源割り付け方式

前述の通り、多次元資源割り付け問題は、その制約グラフが完全グラフを成し、制約グラフの形状に基づく解法によって解決が困難な問題である。そこで、制約グラフの形状ではなく、多次元資源割り付け問題の特徴に基づいた制約伝播の方法を提案する。

1. 制約をその制約に関与する資源の次元 ( $i$  または  $j$ ) によって分類する。
2. 資源の各次元に対して、タスク ( $n$ ) およびその次元の変数 ( $i$  または  $j$ ) のみに関与する制約を用いた、制約グラフを作成する。

3. 各制約グラフ上で制約伝播を行ないながらバックトラックによる割り付け処理を行なう。この際、

(a) 資源に対応する配列(ガントチャート)を用いて、排他制約をチェックする。

(b) その他の3変数に関する制約のチェックを行なう。

この方式では、資源の各次元( $i$ または $j$ )に対して、タスク( $n$ )とその次元の変数のみに関わる制約を用いて制約グラフを作成し、制約伝播に利用する。すなわち、2次元( $i \times j$ )の資源を持つ問題に対して、( $n \times i$ )と( $n \times j$ )の2つの空間における制約グラフを作成する。これにより、

1. 各制約グラフが疎になり、制約伝播の処理量は小さく、効果が大きくなる。(排他制約は3変数に関与する制約であり、これらの2つの空間内には現れないことに注意。)
2. 各空間が、従来の制約充足問題の手法による $n \times i \times j$ の空間に比較し小さく抑えられ、制約伝播の処理量が小さくなる。

という利点がある。

図1に、この割り付け方式の概念図を示す。すなわち、2つの制約グラフによる空間( $n \times i$ )および( $n \times j$ )により、制約伝播処理によって候補集合の計算を行ない、( $n \times i \times j$ )の空間においてガントチャートを用いたバックトラックによる割り付けを行なう。ここで、割り付けの結果は2つの空間での制約伝播に利用され、候補集合の更新が行なわれ、すべてのタスクを割り付けるまで処理が繰り返される。

ここで、排他制約を従来の制約充足問題の技術を用いて単純に処理すると、各タスク間の資源の一致をチェックすることになり、膨大な処理を必要とする。これに対し、ガントチャートの利用は、排他制約に対応した戦略的なチェック方法である。

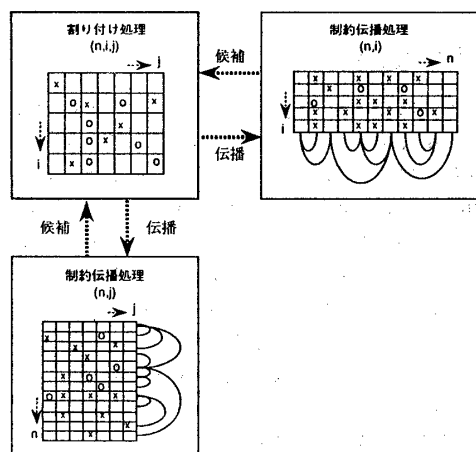


図1 多次元資源割り付け方式

## 6 割り付けアルゴリズム自動生成方式

ここでは、制約の宣言的な記述を解析し、その制約を上記の割り付け方式の中で効率的に処理するアルゴリズムを自動生成する方式について説明する。

制約は、上記の分類の基準となるその制約が関与する割り付けの個数(単一か複数か)および変数と、これらの変数が満たさなければならない論理式によって記述する。この記述に基づき、次のようにアルゴリズムを自動的に生成する。

1. 制約が関与する割り付けの個数と変数により制約の分類を行なう。

2. 制約の論理式を解析し、その制約を処理する効率的なルーチンを生成する。

3. 各制約の処理ルーチンを組み合わせる。

本稿で提案する割り付け方式は、制約の分類に密接に関連している。制約の各分類と対応する処理内容は次の通りである。

1. タスク( $n$ )のみに関わる制約  
タスクの集合から削除する。
2. 資源( $i, j$ )のみに関わる制約  
ガントチャート上の割り付け不可能な資源にマークし、割り付け時にチェックする。
3. 単一割り付け( $n, i, j$ )に関わる制約  
関与する変数が( $n, i$ )または( $n, j$ )の場合、各空間の領域を制限する。  
3変数に関与する制約は、バックトラックによる割り付け時にチェックする。
4. 2つの割り付け( $n, i, j$ ), ( $n', i', j'$ )に関わる制約  
関与する変数が( $n, i$ )または( $n, j$ )の場合、各空間の制約グラフのアーキを構成する。  
3変数に関与する制約は、割り付け時にチェックする。ただし、排他制約はガントチャートによりチェックする。

## 7 実験結果と考察

非常に単純化した生産計画問題を例題に実験を行なった。これは、6つのライン10日の期間(単位は1日)の $6 \times 10$ の資源を、44の作業に割り付ける問題で、休日の指定、ラインの点検日の指定、作業を処理可能なラインの指定、作業の納期の指定、作業の時間的な順序の指定を制約に持つ。

提案する割り付けアルゴリズム自動生成方式により生成したアルゴリズムを用いて、正しく割り付けを行なうことが実験により確認された。これにより、多次元資源割り付け問題が、宣言的に問題を記述するだけで解決可能となった。

多次元資源割り付け方式の評価のために、上記の例題と等価であるが、2次元の資源を1次元で表現し直した問題を作成し、それぞれの問題に対して生成されたアルゴリズムの性能を比較した。解決に要した時間と、制約伝播に必要な空間のサイズ(計算による比較)を図2に示す。

問題の記述	解決時間	空間サイズ
2次元表現	1.38 秒	$44 \times 6 + 44 \times 10 = 704$
1次元表現	2.65 秒	$44 \times 6 \times 10 = 2640$

図2 実験結果

この結果から、提案方式によって速度およびスペースの両面で改善されていることが確認できる。

## 8 おわりに

以上のように、多次元資源割り付け問題に対する新しい解法と、制約分類に基づく割り付けアルゴリズム自動生成方式を提案し、その有効性を確認した。これにより、問題を宣言的に記述するだけで効率良く解を得ることが可能となる。

## 参考文献

- [1] R. Dechter, J. Pearl. Network-Based Heuristics for Constraint-Satisfaction Problems, *Artificial Intelligence*, Vol. 34, 1988.