

4P-3

特異点理論を用いた洋服のしわのモデリング

後藤田 洋伸 國井 利泰  
東京大学理学部情報科学科

1 はじめに

計算機を用いて様々な物体の振舞いを記述しようとする試みは古くから行なわれてきたが、計算能力の制約などから取り扱われる物体は硬いものに限られてきた。しかし近年、計算能力の向上に伴って柔らかい物体のモデリングが盛んになってきている。柔らかい物体と硬い物体との主な違いは、構造的な安定性をもっているかどうかということにあり、例えば柔らかい物体では変形の過程で「しわ」が生じるなどといったことが起こるのが普通である。しわは硬い物体における「ひずみ」などは本質的に異なる現象で、そのモデル化を行うことは、柔らかさという概念を探求する上で極めて重要な意味を持っている。

本研究では、柔らかい物体の一例として洋服を取り上げ、そのしわの形成過程のモデリングを行なう。洋服に用いられている布は、変形の過程で極端に伸び縮みしないという点でゴムのような弾性体とは異なっている一方、しわの形成といった大きなスケールでの変形を示すという点でゼリーのような弾性体とも異なっている。こうした物体のモデル化を試みる前に、まず第2節で柔らかい物体のモデリングとしてこれまでに探られてきた手法を検討し、その問題点を明らかにする。第3節では本研究の根幹となる数学的手法について簡単に触れ、第4節でその手法に基づいたしわのモデリングについて述べる。最後に第5節で今後の課題について述べる。

2 過去の研究例

柔らかい物体の振舞いを包括的に記述してアニメーションを作成するといった研究はこれまでにいくつかなされているものの、「しわ」といった特定の現象の理解を試みた例はまだない。包括的な記述は大きく分けて物理的記述と幾何学的記述の2つのカテゴリーに分類することができる。

物理的記述([1],[6],[7])は、柔らかい物体を小さな要素に分割して要素間の相互作用を微分方程式を用いてローカルに表すものである。この記述の問題点はローカルな表現に留まっていることにある。そのため、「物体が大体どんな形になるのか?」といったグローバ

ルな情報を得るためには、注意深く調整されたパラメータの値を用いてシミュレーションを行なうといったことが必要となる。しかしこれでは膨大な計算量が要求される上、パラメータの値を試行錯誤的に決定するということが必要とされるので、アニメーション等に適用することが極めて難しい。またどこまで小さな要素に予め分割しておけばよいのかも、記述そのものからは明らかでない。

一方幾何学的な記述([2],[8])では、物体の大まかな形を幾何学的に表現する。この記述ではローカルな情報が不正確になりがちで、また物理的な制約のもとでどのように物体が振舞うのかを記述の中に取り込むことが困難である。したがって幾何学的な記述に基づいたアニメーションなどでは、リアリズムを欠くのが通常である。

これら両者の欠点を相補する形で、物体を適当な領域に分割し、領域間の振舞いを物理的に、各領域での振舞いを幾何学的に行なう、といった記述を考えることができる。この場合、(1)どのような領域に分割すればよいのか、(2)各領域での振舞いをできるだけ単純なモデルでどこまで近似できるか、といった2点が問題となる。我々はこれらの問題に答える上で、物体の形状に関する「質的構造」に注目することが重要であると考えた。次節に述べる特異点理論はこの質的構造に関する数学的なモデルを提供するものである。

3 特異点理論

特異点理論とは与えられた系の質的特徴・変化を数学的に取り扱う枠組である。系として例えば2次元の滑らかな曲面を考えると、滑らかな変形で互いに遷移することができるもののペアを考えると、曲面全体の集合をいくつかの同値類に分類することができる。この同値類の下で、曲面から曲面への変形をいくつかのパターンに分類することができる。図1に示す3つのパターンはこれらのパターンの中で最も典型的なものである。図1では曲面から平面への変形(射影)を考えていて、パターンを認知する方法としては、輪郭線の形状を利用している。これらの輪郭線はちょうど変形写像の特異集合に対応している。特異点理論ではこうした特異集合を追跡することにより、系の質的变化を特徴づけていくのである。

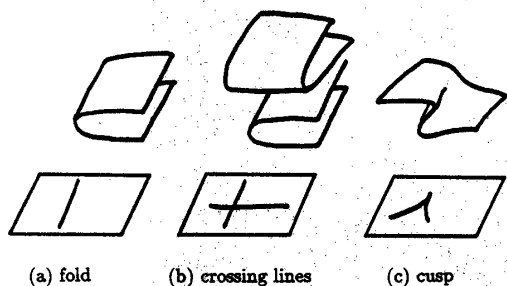


図1. 典型的な輪郭線パターン

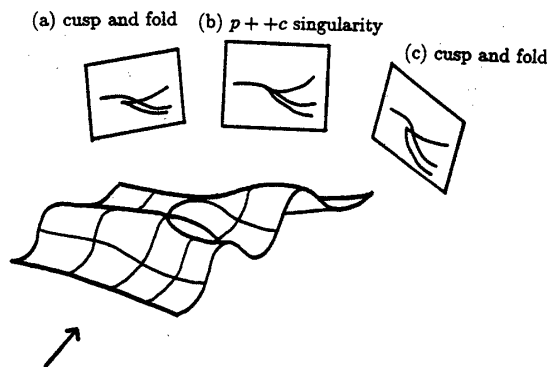


図2.  $p+c$  singularity

系の質的变化は同時にまた系の質的特徴を表すのにも利用できる。例えば曲面の場合、いろんな方向からの射影を取ってみると、その射影に現れる輪郭線はほとんどの場合図1に示される3つのパターンに分類されるが、ある特別な方向から射影にはこれらの3つには分類されない輪郭線が生じることがある。つまりその方向を境目にして輪郭線のパターンに質的变化が生じているわけである。こういった変化はもとの曲面の幾何学的特徴に対応していることがわかっていて ([3])、どこでどんなタイプの質的变化が起こったのかという情報を基にして、曲面の構造を決定することができる。

こうした考え方は前節で述べた領域分割の問題に応用することができる。直観的にいうと、各領域内である近似が成立するということが質的变化が生じないということに対応していて、領域の境界が質的变化が起こるようなところに対応している。以下にこのアイデアに基づいたモデリングの手法について考えよう。

#### 4 しわのモデリング

特異点理論をしわのモデリングに適用するためには、まずしわのできた曲面を様々な角度から眺めるながら輪郭線のタイプの変化を観察することが必要である。輪郭線のタイプとしては、図1に挙げた3つのものが典型的だが、図2に示されているようにある特別な角度から眺めたときに、cusp と fold とが融合したようなタイプ ( $p+c$  singularity) の輪郭線が現れる。このような輪郭線はごく稀にしか生じないので、これに対応する曲面上の点の周辺には非常に特殊な幾何的情報が含まれていると考えられる。そこでこうした点を特徴点として抽出し、抽出された特徴点の振舞いを記述することにより、曲面全体のグローバルな構造に制約を加えることができるようになる。

図3(a)はしわの分岐・消滅に対応する特徴点の付近の状況を示したもので、図3(b)はそれをモデル化したものである。モデルの中には特徴点だけでなく、特徴点に付随した輪郭線も含まれている。この輪郭線を境にして布を領域分割してやれば、幾何的性質が似ているもの同士をひとつの領域にまとめることができる。エネルギーなどの物理量は幾何的情報に依存しているので、こうした分割はシミュレーションを効率的に進める上で重要である。

図3(b)のようなモデル化パターンを布に加えられた外力に応じて変化させることはそれほど単純ではないが、適当な仮定を置くことによりその対応関係を単純化することができる。例えば特徴点の生成・消滅がある期間中起こらないと仮定すれば、分割線のトポロジーが変化しないので、曲面を折込可能な (foldable) 多面体で近似することができ、その振舞いを比較的容易に力学的に解くことがで

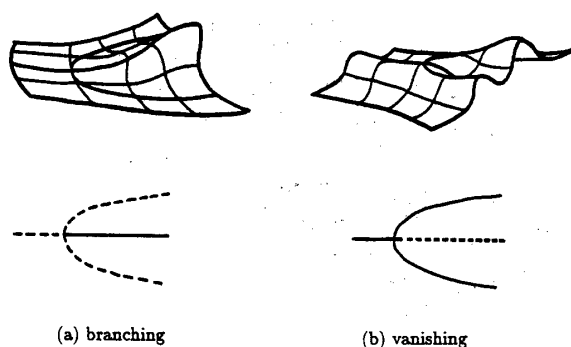


図3. Modeling primitives

きる。図4に示す例は、こうした仮定のもとに肘を曲げたときにできる洋服のしわの生成過程をシミュレートしたものである ([4], [5])。しかし特徴点の生成・消滅がダイナミックに起こる場合には、分割線のトポロジーもそれに応じて変化するので、シミュレーションは難しい。

#### 5 今後の課題

今後の課題としては、特徴点の生成・消滅に関するメカニズムを解明する、ということがあげられる。これには計量を不変に保つ変換についての考察を加えることと、実際の布が計量を不変に保つ曲面からどの程度離れているかということ近似・最適化理論の立場から理論的に考察していくことが重要だと思われる。

- [1] Aono M (1990) A wrinkle propagation model for cloth. CG International '90 (Chua, TS, Kunii TL eds), Springer-Verlag
- [2] Bar AH (1984) The global and local deformations of solid primitives. Computer Graphics, 18 (3), pp.21-29, 1984
- [3] Kergosien YL (1981) Topologie différentielle. Comptes Rendus, 291, I, pp.929-932
- [4] Kunii TL, Gotoda H (1990) Modeling and animation of garment wrinkle formation processes. Computer Animation '90 (Magnenat-Thalman N, Thalman D eds), Springer-Verlag
- [5] Kunii TL, Gotoda H (1990) Singularity theoretical modeling and animation of garment wrinkle formation processes. The Visual Computer, 6, pp.326-336
- [6] Terzopoulos D, Platt JC, Barr AH, and Fleisher K (1987) Elastically deformable models. Computer Graphics, 21 (4), pp.205-214
- [7] Weil J (1986) The synthesis of cloth objects. Computer Graphics, 20 (4), pp.49-54
- [8] Wyvill G, McPheeters C, and Wyvill B (1986) Data structure for soft objects. The Visual Computer, 2, pp.227-242

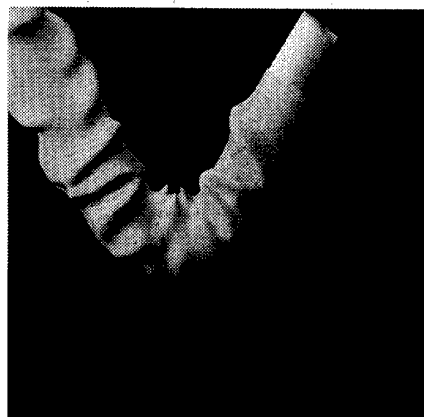


図4. 袖のまわりに形成されるしわの例