

2B-8 作図機能を備えた幾何論証における C A I のシステム構成について

松井 茂¹, 磯本征雄², 石井直宏¹
 1 名古屋工業大学 2 名古屋市立大学

1. はじめに

近年、教育におけるコンピュータの応用としてC A Iの研究が盛んに行なわれている。幾何論証を扱ったC A Iの開発には、複数存在し得る解法から学習者がどの解法を用いて証明を行なっているかを認識することや、補助線問題の取り扱いなどの問題点を検討する必要がある。

そこで我々は、中学程度の三角形の合同証明から結論を導く課題において、学習者の解法を認識し、かつ補助線問題の取り扱いが可能となるC A Iシステムの開発を試み、現在開発中である。本システムの特徴として以下の3点があげられる。①学習者は課題に示された作図を行なう。②システムは学習者に示すものと同じ日本語の課題文から、内部での課題構造表現を生成する。③証明検証のために可能なすべての証明を表現したテンプレートは用意しない。

本稿では、システムの構成と図形及び課題のシステム内部表現と検証手順について述べる。

2. システムの構成

本システムの基本構成を図1に示す。基本的なモジュールは、インタフェース、リスト変換モジュール、作図検証モジュール、証明検証モジュール、教授モジュール、課題内部表現生成モジュール、さらに検証のための知識ベースからなる。以下に、各モジュールについて説明する。

①インタフェース: C A Iにおいて、学習者の考えを十分に表現できるインタフェースの開発は重要である。本システムではマルチウィンドウを利用し、作図と証明はそれぞれ異なるウィンドウで行なう。

作図を容易にするために課題に頻繁に現われる図形は、あらかじめメニューに登録しておき¹⁾、これを学習者がマウスによって選択し、作図を行なう。このメニューには補助線描画の項目があり、これを選択することにより、学習者は自由に必要な補助線を引くことができる。さらに、学習者が容易に証明

の記述ができるように、注目図形、仮定、結論などのキーワードや、合同を表わすなどの記号はファンクションキーに登録しておく。

マウスの使用方法や検証の結果を示すためのメッセージウィンドウが用意されている。

②リスト変換モジュール: 本モジュールではインタフェースにより入力された作図と証明を、検証モジュールが参照するリスト形式に変換し、これをファイルに書き込む。三角形などの一図形は、一つのフレームとして表現され、これをリストとして表わす。証明は各キーワードごとにリストとして表わす。

③作図検証モジュール: 本モジュールではリスト変換された図形を読み込み、これを課題の幾何学的構造を内部表現したものと比較することにより検証する。検証結果は教授モジュールに送られる。

④証明検証モジュール: 本モジュールで、証明の

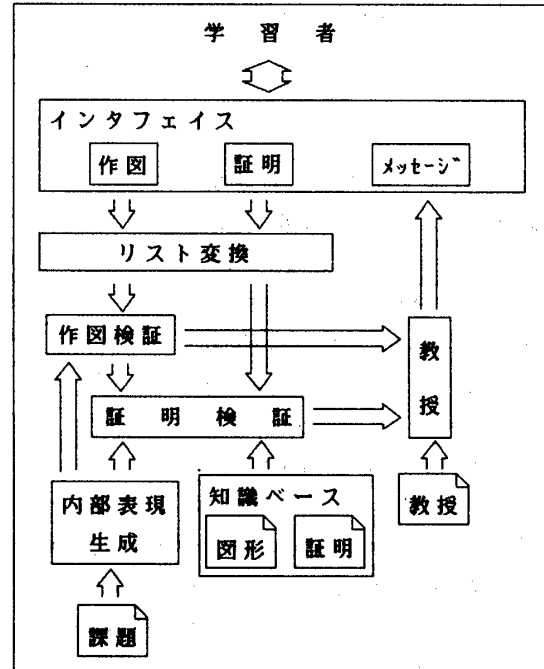


図1 システム基本構成

CAI System for Geometry Proof with Interface of Figure Manipulation

Shigeru Matsui¹, Yukuo Isomoto², Naohiro Ishii¹

1. Nagoya Institute of Technology 2. Nagoya City University

妥当性を検証する。証明時に用いた幾何学的な構造の情報（二等辺三角形の二辺の長さは等しいなど）を認識するために、図形の名称とその定義などを記述した図形知識がある。また証明に必要な三角形の合同を表わす定理などは、証明知識として IF-THEN 形式で表現されている。

⑥教授モジュール：作図検証と証明検証モジュールによって検証された結果は、本モジュールに送られる。この情報から適切な教授文を選択し、これをメッセージとして表示する。

⑦課題内部表現生成モジュール：作図の検証や証明の検証のため、システム内部に課題を表現する必要がある。本モジュールにより、学習者に与える課題文と同じ文章から、システム内部での課題表現を生成する。

3. 図形と課題の内部表現

システムが、学習者の作成した作図及び与えられた課題に示された図形の幾何学的な構造を認識するために、それらの構造をシステム内部に表現する必要がある。本システムでは、これらをフレーム形式のリストで表現した。以下に例を示す。

1) 作図の内部表現：学習者が線分CDに垂直に垂線ABを作成した場合、以下のように表現される。
(SEGMENT (:ATTRIBUTE perpendicular)

(:POINT <ptr-A> (:ATTRIBUTE nil))

(:POINT <ptr-B> (:ATTRIBUTE nil))

(:S_CONDITION perpendicular <ptr-CD>))

ここで <ptr-A> は点Aのフレームを、<ptr-CD> は線分CDのフレームを示すポインタである。この様に、線分とその両端の点の特徴は、属性スロットに示される。条件スロットには、他の図形との関係などが示される。

2) 課題の内部表現：課題は幾何学的な構造を示す仮定と、導出したい結論からなると言える。結論が、線分ABと線分CDが等しい長さであることを示す場合、以下のように表現される。

(GOAL ((SEGMENT (a b))

(CONDITION EQ (SEGMENT (c d))))

((SEGMENT (c d))

(CONDITION EQ (SEGMENT (a b))))))

4. 検証手順

学習者は与えられた課題から作図と証明を行なうが、システムは、始めに作図を行なうように学習者

を誘導する。学習者自身が作図終了と判断した後に、システムが図形の検証を行なう。目的の作図ができれば、次に証明を行なうように誘導する。作図の場合と同様に、学習者自身が証明完了と判断した後に、システムが証明の妥当性を検証する。

学習者が作成した図形と証明は、リスト変換モジュールによりリストに変換され、ファイルに書き込まれる。このファイルを作図及び証明検証モジュールが読み込み、検証を行なう。

図形の検証では学習者が作成した図形を、三角形・四角形→点→線分→角の順で、課題の内部表現と比較を行なう。比較は、構成する点のラベル、形状を示した属性、他の対象との条件、の各項目について行い、すべてが一致したとき正しく作図できたと判断する。

証明の検証は、リスト表現された図形と知識ベースを参照しながら検証を進める。注目した三角形が作成した図形に存在し、合同を証明することにより結論を導くことができるか否かを検証する。これにより学習者の証明計画を認識することができる。次に仮定が合同を証明する条件を満足するか否かを検証する。この検証は逐一、図形と知識ベースを参照しながら行なうため、あらかじめ証明可能なすべての論理を示した知識等と比較する必要はない。注目図形が不適当であったり、合同条件を満足していない場合には教授モジュールに情報を送る。

5. まとめ

本稿では、作図機能を備えた幾何論証のCAIにおける、課題内部表現の生成の自動化、補助線問題の取り扱い、証明の検証方法について述べた。

今後の課題として、取り扱う課題は三角形の合同から結論を導く、簡単な論理立ての証明を対象としているが、これをより複雑な証明の取り扱いができるように検討する必要がある。また、作図及び証明の検証は、バッチ処理として行なっている。これを対話処理として行なうために、システムの検討と教授方法について検討が必要である。

参考文献

1) 松井茂, 磯本征雄ら: マルチウィンドウを活用した幾何学授業のためのCAI, 信学技報, ET90-57, (1990-06)

2) 岡本俊雄, 松田昇: 知的CAIにおける幾何の証明計画の認識と学習機能について, 情処論, VOL. 30, No. 8, PP1046-1057 (1989)