順序回路の論理段数最小・最適状態割当て法

3M－1

外村元伸
（株）日立製作所　中央研究所

１．はじめに

安浦［1,2,3］は、集積回路の集積度技術の進歩で素子数に関する制限は緩和されつつあり、それよりも計算時間の短縮、すなわち回路の論理段数の削減によって高速化をはかるような順序回路の設計評価基準を提案している。順序回路の動作速度は、クロックの周期によって決まる。クロックの周期は順序回路の次状態を計算する組合せ回路の論理段数に比例して決まる。従って、順序回路の高速化のためには次状態を計算する組合せ回路の段数が小さくなるように状態割当てをする設計をしなければならないというのが、安浦の議論である。論理段数を小さくするには、局所的な情報のみに依存する部分を見つけ出せばよいことから、安浦は局所計算可能性の概念も提出している。論理の局所化による段数最小化は、論理ゲートの活性化率を低減するので、低消費電力化にもつながる。

我々は、順序回路の状態集合について、多ブロック分割の概念を導入して分割対［4,5］の遷移グラフ表現を作った。そして、多ブロック分割を適当に２ブロック分割化することで状態遷移関数の論理段数最小の中で最小符号長をもつ状態割当てを得るアルゴリズムを考案した。

２．多ブロック分割法による順序回路の状態割当て

順序回路の例として、 G.De Micheli［6］より引用し、その状態遷移図を図１に示す。順序回路の状態集合Ｑに関して、互いに共通要素を含まない部分集合B_iの和集合がＱとなるとき、これらの部分集合の集まり$\pi=\{B_0, B_1, \cdots, B_{k-1}\}$を状態集合Ｑの分割という。分割$\pi$を構成する各部分集合$B_i$は$\pi$のブロックという。$\pi$の任意のブロックを$B\pi$で表す。状態遷移関数を$\delta$とするとき、分割$\pi$と各入力ｘに対して、$\delta(x, B\pi') \subseteq B\pi$となるような$B\pi' \in \pi'=\{B_0', B_1', \cdots, B_{j-1}'\}$が存在するとき、$(\pi', \pi)$を分割対という。図２に示すように分割対の遷移関係をグラフで表現することを試みる。まず、各ブロックの要素数が１個の多ブロック分割π_0から出発する。入力０と１に対するπ_0のそれぞれの分割対π_1とπ_2を求める。同様に、既存の分割に対して、新しい分割対が見つからなくなるまで分割対を求める。そうすると、図２の例では、π_0からπ_9まで合計１０個の分割をもつ分割対の遷移グラフ表現Ψ_mが得られる。この分割はブロックの要素順序を無視すれば一意に定まる。分割対の遷移グラフ表現Ψ_mは、遷移が循環している循環部と最後にはπ_0に遷移する過渡部に分かれる。この例では、循環部分は２ブロック分割である。この循環部分では、状態５と６、４と７、および１と３は分離できない。過渡部分で多ブロック分割を２ブロック分割化するときに分離する。まず、状態１と３を分離するために、３ブロック分割π_3において、置換え規則（２３５６)(４７）→（２３４５６７）を適用して、（２３４５６７)(１）のように２ブロック分割化しなおす。そうすると、３ブロック分割π_1は自動的に（２３５６７)(１４）のように２ブロック分割化され、状態４と７も分離される。最後に、状態５と６の分離は分割π_0の２ブロック分割化において可能である。分割π_0に関して、置換え規則（１)(２)(３)(４)(５)(７）→（１２３４５７）を適用して、（１２３４５７)(６）のように２ブロック分割化すると、うまい具合に分割π_2とπ_4は、分割π_8に吸収されてしまう。以上、図３に示すように長さ７に符号化される分割対の遷移グラフ表現Ψ_{opt}が得られる。図３から次状態遷移関数の式（１）が得られる。状態Ｑの符号割当てｙを表１に示す。２ブロック分割が論理段数最小のものを与え、その中で最小長の符号

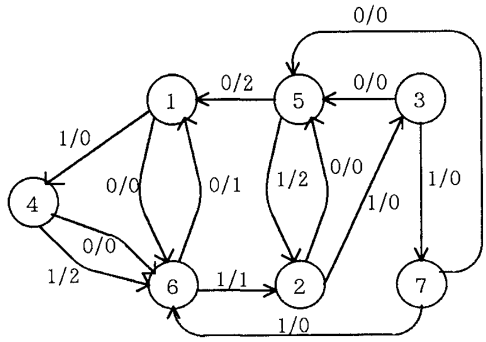

図１　順序回路の状態遷移図

Minimum Logical Steps and Optimal State Assingments for Sequential Circuits
Motonobu TONOMURA
Central Research Laboratory Hitachi Ltd.

化が適当な置換え規則の適用によって得られることがわかる。

以上のことをアルゴリズムとして形式化する：（1）各状態に対して、1ブロックを割当てる多ブロック分割 $\pi_0=\{\{q_0\},\cdots,\{q_{n-1}\}\}=(q_0)\cdots(q_{n-1})$ をつくる。$Q=\{q_0,\cdots,q_{n-1}\}$。（2）各入力 $x\in X$ に対して、分割 π_0 の分割対 (π_x,π_0) を求める。$\pi_x=\{B\pi_x \mid \delta(x,B\pi_x)\subseteq\{q\},\ x\in X,\ \forall q\in Q\}$。（3）分割 π_x がすでに求めた分割と異なるあいだは、$\pi\leftarrow\pi_x$ とし、各入力 $x\in X$ に対して、新しい分割対 (π_x,π) を求め続ける。$\pi_x=\{B\pi_x \mid \delta(x,B\pi_x)\subseteq B\pi,\ x\in X,\ \forall B\pi\in\pi\}$。（4）求まった分割の集合に対して、分割対の遷移グラフ表現をつくる。（5）分割対の遷移グラフ表現から循環部を取り出す。多ブロック分割を2ブロック分割化する。このとき、より多くの状態を分離できるようにする。（6）循環部の2ブロック分割化を調べ、分離出来ない状態をリスト・アップする。（7）リスト・アップされた分離できない状態を過渡部で分離する。そのときに、循環部に分割対をもつものから分離するようにする。

3．おわりに

順序回路の状態集合について、多ブロック分割によって分割対の遷移グラフ表現を求め、多ブロック分割を2ブロック分割化する置換え規則の適当な適用によってすべての状態を分離する方法を示した。そして、論理段数最小の中で、最小符号長の状態割当てを得るアルゴリズムを与えた。置換え規則の適用は、完備化アルゴリズムのアイデア［7］と関連していると思われる。

表1　状態Qの符号割当てy

	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
1	0	1	0	1	0	0	1
2	1	0	0	1	1	1	1
3	0	1	0	1	1	1	1
4	0	0	1	1	1	0	1
5	0	0	0	0	1	1	1
6	0	0	0	0	1	1	0
7	0	0	1	1	1	1	1

$$
\begin{aligned}
y_0 &= \overline{x} + x\cdot\overline{y}_3 \\
y_1 &= \overline{x}\cdot\overline{y}_3 + x\cdot y_0 \\
y_2 &= \overline{x} + x\cdot y_1 \\
y_3 &= \overline{x}\cdot\overline{y}_3 + x\cdot\overline{y}_2 \qquad (1) \\
y_4 &= \overline{x}\cdot y_3 + x \\
y_5 &= \overline{x}\cdot y_3 + x\cdot y_4 \\
y_6 &= \overline{x}\cdot y_5 + x\cdot\overline{y}_2
\end{aligned}
$$

参考文献

［1］安浦寛人、「順序回路の局所計算可能な状態符号化について」、信学技報COMP87-51, Vol.87, No.282, 1987.11.27.

［2］安浦寛人 他2名、「冗長な状態割当てによる順序回路の高速化について」、電子情報通信学会全国大会予稿集 S18-1, 7-293,294, 1987.

［3］安浦寛人、「局所計算可能性と符号の冗長性の関係について」、信学技報COMP88-80, Vol.88, No.363, pp.33~38, 1989.

［4］J.Hartmanis, "On the State Assignment Problem for Sequential Machines Ⅰ, Ⅱ", IRE Trans. on Electronic Computers, Vol.EC-10, pp.157~165(Ⅰ), Jun.1961 & pp.593~603(Ⅱ), Dec.1961.

［5］J.Hartmanis, R.E.Stearns, "Algebraic Structure Theory of Sequential Machines", Prentice-Hall, Inc., 1966.

［6］G.De Micheli et al., "Optimal State Assignment for Finite State Machines", IEEE Trans. on Computer-Aided Design, Vol.CAD-4, No.3, pp.269~285, July 1985.

［7］外山芳人、「最大公約数－普遍代数、多項式イデアル、自動証明におけるユークリッドの互除法」、bit, Vol.21, No.5, pp.96~109, 1989.

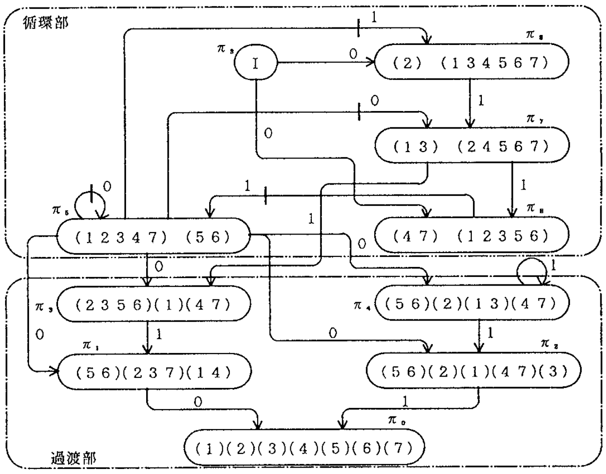

図2　多ブロック分割した分割対の遷移グラフ表現Ψ_m：Ⅰは1ブロック分割を示す。遷移方向を示す有向辺を横切る棒線は、行き先の2ブロックの順序反転を示す。

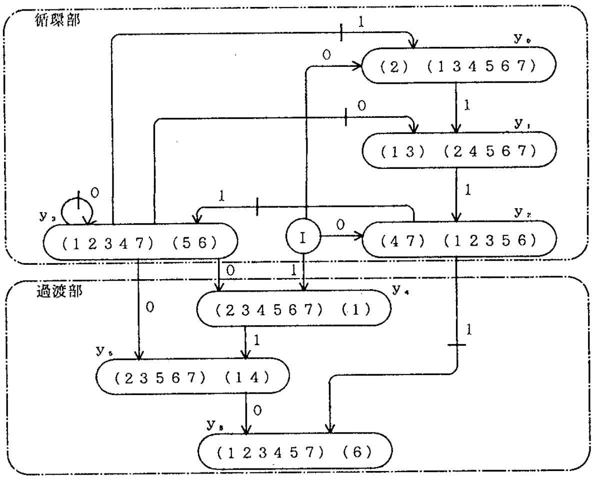

図3　最適化した分割対の遷移グラフ表現Ψ_{opt}