

## クリティカル・パス遅延検証における統計計算手法

2M-7

金子 信之, 長谷川 拓己  
(日本電気(株))

## 1. はじめに

クリティカル・パス法<sup>1)</sup>をベースとした遅延検証において、統計計算を正確に行う手法を提案する。本手法は、クリティカル・パス法の高速度性を維持したまま、パス毎に異なる統計量を考慮した遅延計算を行うものである。これにより、大規模論理回路においても、統計計算を用いて、高速かつ高精度な遅延検証を実現することができる。本稿では、まず、従来のクリティカル・パス法における問題点を述べ、次に、本手法における統計計算の方法およびその実現方法を述べ、最後に本手法の性能を示す。

## 2. 遅延検証におけるクリティカル・パス法の問題点

遅延検証におけるパス・トレース法として、クリティカル・パス法が知られている。このクリティカル・パス法は、高速に処理を行うという特長を有している反面、統計計算を用いた解析が行えないという欠点を有している。以下に、この問題点について、例を用いて説明する。

図1に示すネットワークにおいて、ファンアウト・トレースによるクリティカル・パス法により、ノードC-D間のクリティカル・パスを求めることを考える。ノードC-D間には、3通りの経路が存在し、それぞれ平均値 $\mu_1, \mu_2, \mu_3$ 、分散 $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2$ というコストを有しているとする。なお、以下では、パスのコストを

$$\sum \mu + \alpha \sqrt{\sum \sigma^2}$$

で求め、統計的に取り扱うことを前提とする。ただし、 $\mu$ はコストの平均値、 $\sigma^2$ はコストの分散、 $\alpha$ は任意の定数である。

ここで、次の(1)式が成り立つならば、クリティカル・パス法では、ノードC-D間のクリティカル・パスとして、経路1が選択される。

$$\mu_1 + \alpha \sqrt{\sigma_1^2} > \mu_2 + \alpha \sqrt{\sigma_2^2} > \mu_3 + \alpha \sqrt{\sigma_3^2} \quad (1)$$

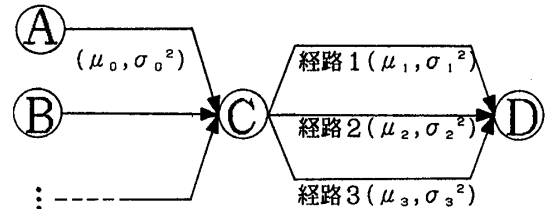


図1 ネットワーク例

したがって、ノードCを通るノードA-D間のクリティカル・パスもノードB-D間のクリティカル・パスも、共に、経路1を通るものが求められる。

しかし、ノードA-D間のコストについて考えた場合、ノードA-C間のコストの分散 $\sigma_0^2$ の値によっては、(2)式が成り立つこともある。

$$\begin{aligned} & (\mu_2 + \mu_0) + \alpha \sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_0^2} \\ & > (\mu_1 + \mu_0) + \alpha \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_0^2} \\ & > (\mu_3 + \mu_0) + \alpha \sqrt{\sigma_3^2 + \sigma_0^2} \quad (2) \end{aligned}$$

( $\mu_0$ : ノードA-C間のコストの平均値)

したがって、ノードA-D間を考えた場合、経路2がクリティカル・パスとなる可能性がある。ノードB-D間についても同様であり、また、経路3もクリティカル・パスとなる可能性がある。

従来のクリティカル・パス法は、ノードC-D間のコストの最大値をノードCに持たせることにより、アークを重複してトレースすることなく、ファンアウト・トレースを行う方法である。したがって、クリティカル・パス法に統計計算手法<sup>2)</sup>を単に取り入れても、トレース済みの経路の情報のみでクリティカル・パスを決定することはできない。つまり、各ノードに達するパス全体のコストの分散を考慮しなければならない。例えば、ノードC-D間のクリティカル・パスを求める場合には、ノードA-C間、および、ノードB-C間のコストの分散も考慮しなければならない。

### 3. 統計計算を用いたクリティカル・パス法

2. で述べたように、クリティカル・パス法に統計計算を用いる場合、各ノードに達するパスすべてのコストの分散を考慮しなければならない。この分散を考慮した上で、クリティカル・パスの経路を決定する手法を以下に示す。

図1に示すネットワークにおいて、ノードCに達するパスのコストを平均値 $\mu$ 、分散 $\sigma^2$ とする。この時、ノードDを終点とするパスのコストTは図2で示される。

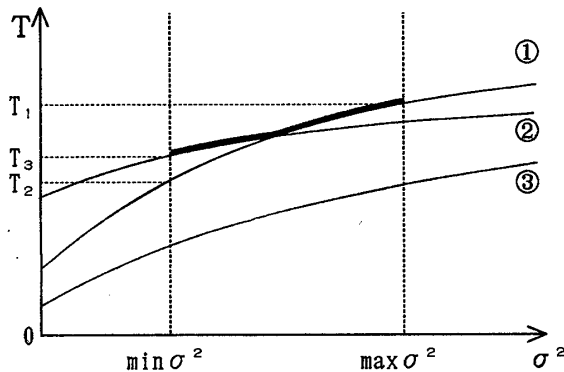


図2 各経路を通る場合のコスト関数

図2において、①は経路1を通る場合、②は経路2を通る場合、③は経路3を通る場合を示している。また、任意の始点からノードCに達するパスの経路のコストの分散 $\sigma^2$ のとり得る最大値を $\max \sigma^2$ 、最小値を $\min \sigma^2$ とする。ここで、クリティカル・パスを求める際に、ノードC-D間で考慮しなければならない経路 $C_M$ (図2中、太線で表示される経路)は、経路Cのコストを $T(C)$ とし、ノードC-D間の全経路からなる集合を $S_C$ とすると次式で示される。

$$C_M = \{ \forall C' | T(C') \geq T(C_0), C_0 \in S_C, \min \sigma^2 \leq \sigma^2 \leq \max \sigma^2 \} \quad (3)$$

$\min \sigma^2 \leq \sigma^2 \leq \max \sigma^2$ の時、図2中の任意の2曲線は2点で交わらない。このため、 $C_M$ は、以下の経路からなる。

- i)  $\sigma^2$ が $\max \sigma^2$ の時に最大コストとなる経路 $C_{M1}$   
(例では、コスト $T_1$ を持つ経路1)
- ii)  $\sigma^2$ が $\min \sigma^2$ の時に $C_{M1}$ のコストより大きいコストとなる全経路  
(例では、コスト $T_2$ より大きいコスト $T_3$ を持つ経路2)

このように、クリティカルのみでなく、②のようなii)で示される経路も保持しておくことにより、統計計算を用いたクリテ

ィカル・パス法が可能となる。

### 4. 統計計算を用いたクリティカル・パス法の実現方法

統計計算を導入したクリティカル・パス法を実行するには、以下のように、パス・トレースを2回実行すれば良い。

- ①各ノードに達するパスすべての遅延時間の分散の最大値 $\max \sigma^2$ 、および、最小値 $\min \sigma^2$ を、予め求めておく。これは、従来のクリティカル・パス法で遅延時間を $\sigma^2$ として、ファンイン・トレースすれば良い。
- ②①の処理の終了後、全ノードについて、クリティカル・パス法でファンアウト・トレースする。この際、①で求めた $\max \sigma^2$ 、 $\min \sigma^2$ を用いて遅延時間を算出する。この遅延時間から、3. で述べた手法により1経路、または、複数経路を選択し、この経路の遅延時間を保持しながら、トレースを続ける。

### 5. 評価

本手法は、クリティカル・パス法に統計計算の導入を可能にした。パス・トレースを2回実行する必要があるため、従来のクリティカル・パス法の約2倍の処理時間が必要となる。しかし、本手法と同様に、統計計算を用いたパス解析の可能なパス列挙法と比べた場合、本手法の方が高速である。この2手法を約30000パス存在する論理回路の遅延解析に適用し、ACOS 2000上で実行したところ、パス列挙法では、57分必要であったが、本手法では、2分で処理することができた。

これらより、本手法は、パス列挙法より高速な、しかも、統計計算が行えるクリティカル・パス・トレース法であることが分かる。

### 6. おわりに

本稿では、クリティカル・パス法における統計計算手法について述べた。本手法は、EWS 4800、スーパーコンピュータSX-3等の遅延解析に用いられ、多大な効果をあげている。

### 参考文献

- 1) R.Kamikawai, M.Yamada and T.Chiba, "A Critical Path Delay Check System", 18th DA Conf., pp.118-123, 1981.
- 2) James H.Shelly and David R.Tryon, "Statistical Techniques of Timing Verification", 20th DA Conf., pp.396-402, 1983.