曲線方程式あてはめ法による円弧の認識について

5E−6

水戸　三千秋　　小井手　良江　　久保　康司
（西日本工業大学）

1．まえがき

我われは、図面自動入力のために、２値画像からの線情報の自動抽出の研究を行っている。

我われは、先に、直線分の認識のための効率のよい方法について報告している[1)2)3)]。この方法は、２値画像を分岐の無い連結点集合（単純セグメント）に分離し、単純セグメントごとに点座標の２次までのモーメントを計算し、主成分軸を算出して直線近似する方法である。

今回は、この方法と併用するための円弧を認識する方法について報告する。本方法は、単純セグメントの点集合に対して円の方程式をあてはめることによって円弧を認識しようとする方法である。円弧の中心と半径は円の方程式の最小自乗あてはめ法により容易に求められるが、円弧の孤長や線幅も求める必要がある。既報の直線認識法で得られる情報を活用した効率のよいアルゴリズムを提案している。

2．点分布の円弧近似

入力された２値画像は、既報の方法により分岐の無い連結点集合（単純セグメント）に分離されているとし、この単純セグメントに対して円の方程式をあてはめることを考える。

単純セグメントSがn個の点 $\{p_i\}$ からなるとする。
中心 $(x_0,\ y_0)$，半径 r の円の方程式は

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2 \quad \cdots\cdots(1)$$

点 $(x,\ y)\in S$ に対する近似誤差 δ を次式で定義する。

$$\delta=r^2-(x-x_0)^2-(y-y_0)^2 \quad \cdots\cdots(2)$$

δ についての最小２乗近似としてパラメータ $x_0,\ y_0,\ r$ を定めたいが、δ がパラメータに関して２次であるので、次のように変形する。

$$\delta=2xx_0+2yy_0+r^2-x_0^2-y_0^2-x^2-y^2 \quad \cdots(3)$$

ここで $z=r^2-x_0^2-y_0^2$ とおくと、δ は $x_0,\ y_0,\ z$ に関して１次となる。

$$\Delta=\iint_S \delta^2 dxdy \quad \cdots\cdots(4)$$

$$=\iint_S (2xx_0+2yy_0+z-x^2-y^2)^2 dxdy \quad \cdots\cdots(5)$$

$w=\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z \end{pmatrix}$ とおいて、Δ を行列式で表す。

点座標の累積モーメントを $s_{ij}=\iint_S x^i y^j dxdy \quad \cdots(6)$

$$S=\begin{pmatrix} 4s_{20} & 4s_{11} & s_{10} \\ 4s_{11} & s_{02} & 2s_{01} \\ 2s_{10} & 2s_{01} & s_{00} \end{pmatrix},\quad b=\begin{pmatrix} 2s_{30}+2s_{12} \\ 2s_{03}+2s_{21} \\ s_{20}+s_{02} \end{pmatrix} \cdots(7)$$

$$c=s_{40}+2s_{22}+s_{04} \quad \cdots\cdots(8)$$

これらを用いて

$$\Delta=w^T S w-2b^T w+c \quad \cdots\cdots(9)$$

Δ を最小とするには、

$$\frac{\partial \Delta}{\partial w}=0 \quad \cdots\cdots(10)$$

この結果、次の正規方程式を得る。

$$S\ w=b \quad \cdots\cdots(11)$$

これは、３行３列であるので容易に解ける。

$$w=S^{-1}b \quad \cdots\cdots(12)$$

残差誤差は

$$\Delta_{min}=c-b^T S^{-1} b \quad \cdots\cdots(13)$$

3．円弧状点集合に対する推定値

図１に示すように、原点を中心としX軸対象に配置された円弧状連結点集合について、上述の方法を適用する。

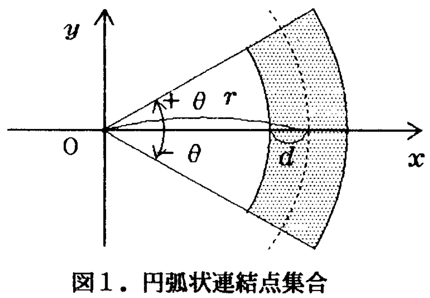

図１．円弧状連結点集合

円弧の中心角 2θ や線幅 d によって、近似度がどのように変わるかは重要な問題である。

この問題をＲＥＤＵＣＥを用いて解析を行った。結果の式は煩雑であるので、その一部をグラフとして示す。

図２、図３は図１でさらに半径を１とした場合の x_0 と r の推定結果の誤差を示している。評価関数の残差誤差 Δ_{min} も図３と同様に単調な収束をしめす。

これらの結果から $d<<r$ である場合には、充分な精度で真値を推定することがわかる。

Recognition of Circular Arc by Curve Fitting Method
Michiaki MITO, Yoshie KOIDE, Kouji KUBO
Nishinippon Institute of Technology

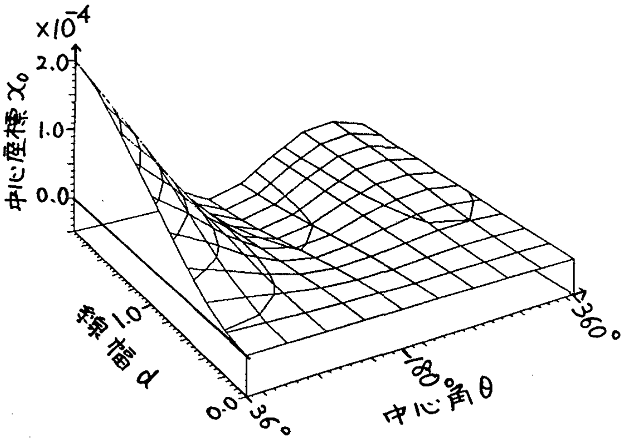

図２　中心座標x_0の値

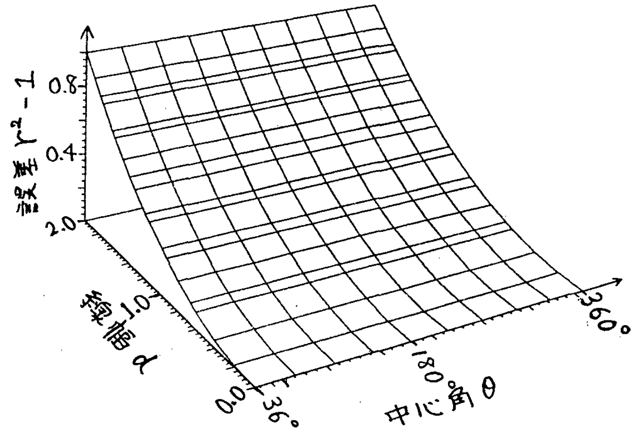

図３　推定半径rの誤差

さて、これまで述べた方法により円弧の中心と半径が推定できる。しかしながら弧長（始角、終角）や線幅は得られていない。これを、すでに算出しているモーメントから推定する方法を次に示す。

さて、図１の円弧に対しては次のモーメントが得られる。

$$s_{00}=4rd\theta \qquad \cdots\cdots(14)$$

$$s_{20}=rd(r^2+d^2)(2\theta+\sin(2\theta)) \qquad \cdots\cdots(15)$$

$$s_{02}=rd(r^2+d^2)(2\theta-\sin(2\theta)) \qquad \cdots\cdots(16)$$

(15), (16)式より

$$\frac{\sin(2\theta)}{2\theta}=\frac{s_{20}-s_{02}}{s_{20}+s_{02}} \qquad \cdots\cdots(17)$$

この式で数値計算によりθを求めるのは容易である。θが求まればdは(14)式より求められる。

４．認識手順

一般の画像中の円弧の認識手順は、概略次のようになる。

（１）画像点を分岐や交差の無い８連結点集合である単純セグメントに分離する。

（２）単純セグメントの点集合について、(17)式にあるモーメントを計算する。

（３）正規方程式を解いて近似度を評価し、円弧と見なせる場合は中心と半径を算出する。

（このとき同時に、既報の方法で主成分軸を算出することによって、直線近似可能性も判定する。）

（４）円弧の中心を原点に、対称軸がＸ軸となるように移動回転した結果のs_{20}とs_{02}を計算する。

これは、同時に行った主成分分析の結果を利用すると簡単である。主成分分析による第一固有値λ_1は点集合の重心からの主成分軸方向の分散を表し、λ_2はこれと直交する方向成分の分散を表す。この場合分散最大方向はＹ軸方向であり、$s_{02}=\lambda_1$となる。従って、円弧の対称軸は第二成分軸である。また、λ_2は重心（x_G, y_G）を原点とした場合の第二成分軸方向の分散$\tilde{s}_{20}$であるので、この方向をＸ軸方向とみなして推定中心と重心間の距離αだけ平行移動すればよい。

$$\iint_S(x-\alpha)^2\,dxdy=\iint_S x^2\,dxdy-2\alpha\iint_S x\,dxdy+\alpha^2\iint_S dxdy$$

$$s_{20}=\tilde{s}_{20}-2\alpha\tilde{s}_{10}+\alpha^2 s_{00} \qquad \cdots\cdots(18)$$

（５）Newton法などにより(17)式を解いて中心角2θが求められる。s_{00}は図形の面積であり座標変換には関係しないので変更不要である。これにより線幅dが求まる。

５．まとめ

本方法は、線図形認識のアプローチとしては、曲線方程式をあてはめることによって図形パラメータを求める方法である。図形パラメータを求めるアプローチとしては、ハフ変換法があるが、本方法は、点座標から直接円弧のパラメータを算出するので高速かつ高精度である。また、円弧の長さや線幅を推定する簡単な式が得られている。

本方法は既報の直線認識法の多くの情報を利用できるため、システムを構成する上で望ましい方法となっている。

セグメント分けして抽出された円弧や直線を接続する方法については次の機会に述べる。

一般の二次曲線への拡張が同様な低い計算コストで可能かどうかは今後の研究課題である。

本研究は㈱日本統計センターの委託研究による。

６．参考文献

1)水戸, 小田:"主成分分析法による地図画像からの線情報の検出", 第２回情報処理学会九州支部研究会 (1988)

2)水戸, 小田："主成分分析を応用した地図画像の線情報の抽出について", 西日本工業大学紀要理工学編第18巻(1988)

3)水戸, 小田:"区分化主成分近似による２値画像からの線分の自動抽出", 第３回情報処理学会九州支部研究会(1989)

4)水戸, 小田, 小井手:"２値画像から円弧の抽出方法について", 平成元年度電気関係学会九支連大 No.743 (1989)