

1H-7

汎用構造解析プログラムへの感度解析の適用

山下禎文\* 石黒由樹夫\* 小野寺博\*\* 弓指義昭\*\* 湯澤和夫\*\* 田所徹也\*\*  
 \*(株)日立製作所 ソフトウエア工場 \*\*日立計測エンジニアリング(株)

1. 緒言

強度解析は一般に、応力・変位の計算、その評価、及び構造寸法の変更の試行錯誤的な繰返しである。この繰返し過程で構造寸法を定量的に変更する方法として、感度解析が注目されている。

我々は、実用的な性能を確保した上で、既存の汎用構造解析プログラムに、比較的簡単に感度解析機能を追加する方法を検討し実現した。本稿では、その実現方法について述べる。

2. 実現方法

変位、応力等の構造物の応答  $g$  を、挙動変数と呼ぶ。挙動変数は、断面積、板厚等からなる設計変数ベクトル  $x = (x_i)$  の関数である。感度は、 $\partial g / \partial x_i$  で定義される。

標準的な有限要素法プログラムは、変位ベクトル  $u$  の値を使って、すべての挙動変数の値を計算する。このことから、挙動変数  $g$  は、 $x$  と  $u(x)$  の関数  $g(x, u(x))$  とみなせるので、感度は、

$$\frac{\partial g}{\partial x_i} = \frac{\partial^* g}{\partial x_i} + \frac{\partial^* g}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial x_i} \quad (1)$$

で計算できる。ここで \* は  $x$  と  $u$  を独立の変数として微分することを表している。式(1)の右辺にある  $\partial u / \partial x_i$  は、式(2)を  $\Delta u_i$  について解き、結果を  $\Delta x_i$  で割ることでより近似できる。

$$K \Delta u_i = \Delta P_i - \Delta K_i u \quad (2)$$

$\Delta K_i$ :  $x_i$  の変動  $\Delta x_i$  による剛性行列  $K$  の変動  
 $\Delta u_i$ :  $x_i$  の変動  $\Delta x_i$  による変位ベクトル  $u$  の変動  
 $\Delta P_i$ :  $x_i$  の変動  $\Delta x_i$  による荷重ベクトル  $P$  の変動

式(2)は設計変数  $x_i$  の  $\Delta x_i$  変動後の静的平衡方程式の近似式である。このように、式(1)と(2)を使って感度を計算する方法を設計空間法と呼ぶ。設計空間法は、剛性行列  $K$  の三角分解が、一度でよいので高速である。しかし、式(1)の  $\partial^* g / \partial x_i$  と  $\partial^* g / \partial u$  の計算のために、大幅なプログラムの追加及び修正を必要とする。

一方、既存の汎用構造解析プログラムに、感度計算の機能を追加する、最も簡単な方法として、静的解析を単純に繰り返す方法が考えられる。式で表せば、

$$\frac{\partial g}{\partial x_i} \approx \frac{g(x + \delta i, u(x + \delta i)) - g(x, u)}{\Delta x_i} \quad (3)$$

$$\delta i = (0 \text{---} 0, \Delta x_i, 0 \text{---} 0)$$

となる。ここで、 $u(x + \delta i)$  は、

$$K(x + \delta i) u(x + \delta i) = P(x + \delta i) \quad (4)$$

を、解くことにより求める。この方法の欠点は、設計変数の個数回、剛性行列  $K$  を三角分解する必要がある点である。しかし、ソースプログラムの修正は不要で、簡単な制御モジュールを追加するだけで良い。この方法を、ここでは、

初等的繰返し法と呼ぶことにする。

我々は、設計変数法の高速度と、初等的繰返し法の実現の容易さを合わせ持つ方法として、次のような方法を考えた。

$$\frac{\partial g}{\partial x_i} \approx \frac{g(x + \delta i, u + \Delta u_i) - g(x, u)}{\Delta x_i} \quad (5)$$

ここで、 $\Delta u_i$  は、式(2)を解くことにより得られる。式(3)と式(5)を比べるとわかるように、本方法は、 $u(x + \delta i)$  を  $u + \Delta u_i$  で近似することにより、式(2)を利用しようというものである。既存の構造解析プログラムに、汎用的な行列演算ルーチンが内蔵されていれば、本方法の実現のためのソースプログラムの修正量は、初等的繰返し法と同程度である。

3. 性能比較

本方法の有効性を実証するために、初等的繰返し法との性能比較をした。使用したモデルと、結果を図1に示す。

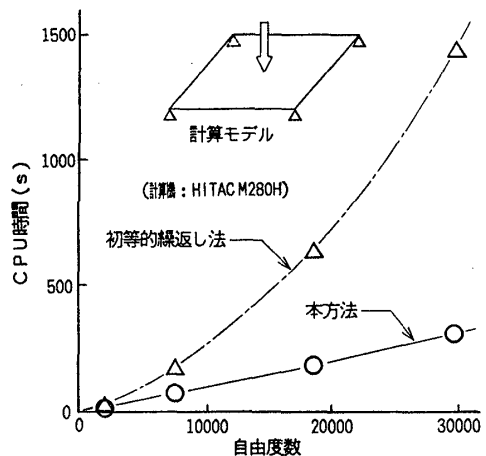


図1 設計変数1個あたりのCPU時間の比較

初等的繰返し法の計算時間が自由度数の2乗に比例しているのに比べて、本方法のそれは比例していることがわかる。本方法の計算時間の50~70%は、剛性行列の作成に費やされている。この時間の短縮が今後の課題である。

4. 結言

既存の汎用構造解析プログラムに感度解析機能を適用する方法として、実用的な性能を持ち、しかも比較的簡単に実現できる方法を開発し実用化した。

5. 参考文献

(1) Arora, J.S., and Haug, E.J.; Methods of Design Sensitivity Analysis in Structural Optimization, AIAA Journal VOL.17, NO.9, 970-974, 1979.  
 (2) R.H.Gallagher and O.C.Zienkiewicz 著、川井忠彦、戸川隼人 監訳; 「最適構造設計 基礎と応用」、培風館、1977.

An Implementation of Design Sensitivity Analysis in General Purpose Structural Analysis Program

Yoshifumi YAMASHITA\* Yukio ISHIGURO\* Hiroshi ONODERA\*\* Yoshiaki YUMISASHI\*\* Kazuo YUZAWA\*\* Tetsuya TADOKORO\*\*  
 \*Hitachi, Ltd \*\*Hitachi Instrument Engineering Co., Ltd.