# 曲線の生成と制御の一手法について

2K-2

加賀美 亮 、古川 進

山梨大学

## 1．はじめに

産業技術の高度化に伴い、製品の形状の美しさが求められるようになってきた。このため、計算機による設計作業などへの支援を考えるとき、自由曲線、曲面を計算機上で生成、処理することが必要である。本論文では、新しい曲線の生成及び処理の手法について考察する。

## 2．S曲線

### 2．1 S曲線の生成

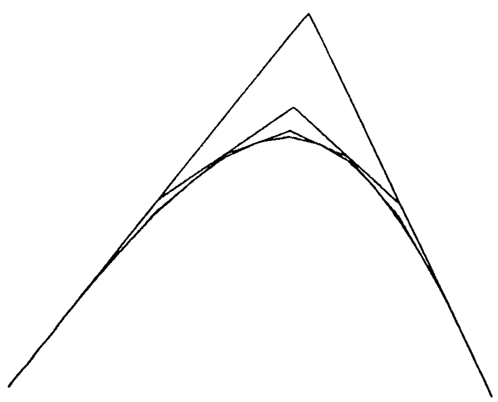


図1．S曲線の生成

ある順序づけられた制御点列P0，P1，…，Pnがあるとき、曲線の生成方法を以下に示す。

STEP 1

線分PiPi+1（i＝0，1，…，n－1）の各中点Qi（i＝0，1，…，n－1）を求める。すなわち、

$$Q_i = \frac{P_i + P_{i+1}}{2}$$

である。

STEP 2

制御点Pi+1を次式により定義される新しい制御点P'$_i$（i＝0，1，…，n－2）に変更する。

$$P'_i = \frac{Q_{i+1} + Q_i + wP_{i+1}}{w+2}$$

ここで、wは制御点の曲線への影響を表す重みである。

STEP 3 STEP 1、STEP 2で求めた点$P_0$，$Q_i$，$P'_i$，$Q_{i+1}$，$P_n$（i＝0，1，…，n－2）を新たな制御点としてSTEP 1、STEP 2を行う。

STEP 1～STEP 3を十分な精度になるまで繰り返す。

このようにして得られる曲線をS曲線と呼ぶことにする。

### 2．2 S曲線の性質

S曲線は以下のような性質を持つ。

（a）曲線は制御点を含む最小の凸多角形の内部に存在する（凸包性）。

（b）曲線は連続する4つの制御点によって決まる。したがって曲率連続などの条件を考慮しないで、局所的に曲線形状の修正、変更が行える（図2）。

（c）w＝2とすると、曲線は3次の曲線に、w＝0とすると、2次となる。

---

A New Method of Generating Free-Form Curves
RYO KAGAMI , SUSUMU FURUKAWA
YAMANSHI UNIVERSITY

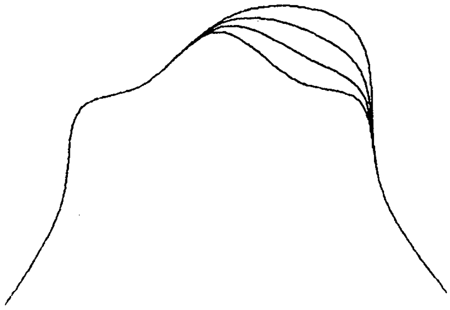
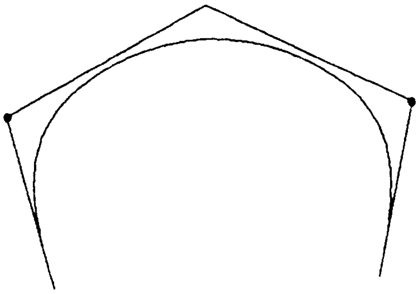


図２．局所制御性



・中間制御点

図３．中間制御点

### ３．中間制御点

通過点を与えて制御点を求める場合、通過点に対応する制御点を制御点、対応しない制御点を中間制御点と呼ぶことにする（図３）。

通過点$Q_i$と制御点$P_i$，中間制御点$M_i$の関係は

$$Q_i = \frac{M_i + (w+2)P_i + M_{i+1}}{w+4}$$

$$(i = 0,\ 1,\ \cdots,\ n-2)$$

である。上式より通過点、中間制御点が決まれば、連立方程式を解かずに制御点が求まる。そこで、次式により中間制御点を決定する。

$$M_i = \frac{6M - G_1 - G_2}{4}$$

ここで、

$$G_1 = (Q_{i-1} + Q_i + Q_{i+1}) / 3,$$

$$G_2 = (Q_i + Q_{i+1} + Q_{i+2}) / 3,$$

$$M = (Q_{i-1} + Q_i) / 2$$

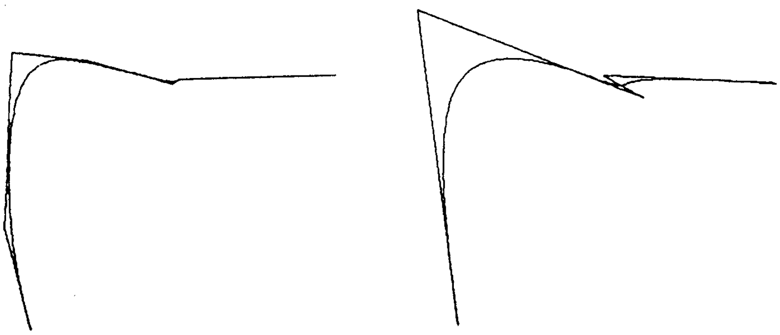
$(i = 1,\ 2,\ \cdots,\ n-1)$である。

図４に中間制御点による曲線と連立方程式を解いて求めた曲線の比較をのせる。この手法の特徴は、

（１）通過点より制御点を求める際に連立方程式を解く必要がなく、直接計算できる、

（２）通過点数の変更や通過点の移動を行った場合は、増加した通過点または移動した通過点の付近の曲線形状の変形のみで対処できる、

などである。また、２．２で述べたように４点により曲線形状が決まるので、中間制御点を移動することにより、容易に局所的に形状を変更することができる（図５）。



（ａ）中間制御点　　（ｂ）従来の方法

図４．中間制御点と従来の方法との比較

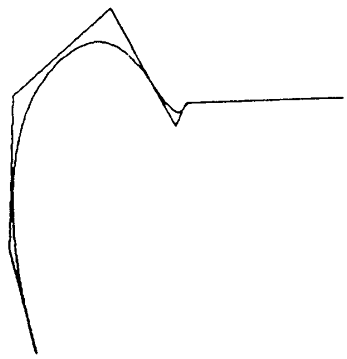


図５．中間制御点の変更

### ４．おわりに

本論文で提案した手法は曲線の生成と制御のために極めて有益なものであるとわかった。