1H-4

Short Time DFT Hilbert変換におけるInterpolation推定誤差

岸 政七　　石川 茂

愛知工業大学　　情報通信工学科

1．はじめに Short Time DFT Hilbert変換（ST－DFT Hilbert変換）において処理量を削減するためには、補間処理が重要な役割りを果たす。毎サンプル時の瞬時スペクトラムを求める事なくR時刻毎の瞬時スペクトラムを求め、このR時刻毎の瞬時スペクトラムから毎時刻のスペクトラムを推定する事が出来る[1]。しかし、処理を削減するための推定が原因となり発生する処理歪みを抑える事が大きな課題となる。本論文ではInterpolation間隔Rと推定誤差の関係を調べたので報告する。

2．Short Time DFT Hilbert変換 Hilbert変換した瞬時スペクトラム$\Phi(n)$の周波数インデックスkの周波数成分$\phi_k(n)$は、次の様に与えられる。

$$\phi_k(n)=\sum_{r=-\infty}^{\infty} x(r)\,h(n-r)\,\hat{W}_N^{-rk} \qquad (1)$$

ただし、$x(n)$は入力信号、$h(n)$はウィンド関数である。Hilbert演算子$\hat{W}_N^{-rk}$は、次の様に示される。

$$\hat{W}_N^{-rk}=\begin{cases}\exp\{-j(2\pi rk/N+\pi/2)\}, & \text{if } 0<k<N/2\\ \exp\{-j(2\pi rk/N-\pi/2)\}, & \text{if } N/2<k<N\\ 0, & \text{if } k=0, N/2\end{cases} \qquad (2)$$

式(1)で与えられた$\phi_k(n)$に、Short Time 逆DFT（ST－IFT）をする事によって出力信号$y(n)$を得る。

$$y(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\phi_k(n)\,W_N^{nk}, \qquad (3)$$
$$W_N^{nk}=\exp(j2\pi nk/N)$$

3．Interpolation 毎サンプル毎忠実に処理するST－DFT Hilbert変換は式(1), (2), (3)に示される。この処理方法では、処理量が膨大になる。従って処理量の削減が、実用的意味から重要となる。R時刻毎の$\phi_k(n)$を用いInterpolationして毎時刻の$\Phi(n)$を推定する。

すなわち、

$$\tilde{\Phi}(n)=\{\tilde{\phi}_0(n), \tilde{\phi}_1(n), \cdots, \tilde{\phi}_{N-1}(n)\}^T \quad (4)$$

ここに、

$$\tilde{\phi}_k'(n)=\sum_{r=L^-}^{L^+} f(n-rR)\,D_k(r), \quad D_k(r)=\phi_k(rR)$$

$$L^+=[n/R]+Q/2,\ L^-=[n/R]-Q/2+1$$

ただし、$[n/R]$は実数n/Rを越えない最大の整数、$R\leqq N$.

Interpolation関数$f(n)$としてはLagrange関数を用いる。式(4)で推定される$\tilde{\Phi}(n)$の要素を、式(3)の$\phi_k(n)$に代入する事によって毎サンプル時刻毎の瞬時スペクトラムを求める事なくR時刻毎のスペクトラムから毎サンプル時刻の出力信号を得る事が出来る。

4．ST－DFT Hilbert変換の理想単位サンプル応答

Hilbert変換の理想単位サンプル応答は、式(1), (2), (3)に単位サンプルを入力信号とした時の出力から次の様に求める事が出来る。

$$y(n)=\begin{cases}\dfrac{2\cos(n\pi/N)}{n\pi}, & \text{if } n=2\alpha+1\\ 0, & \text{if } n=2\alpha\end{cases} \qquad (5)$$

ただし、$-mN/2\leqq n\leqq mN/2$, αは整数である.

この単位サンプル応答は、mが充分大なる場合理想Hilbert変換の単位サンプル応答に一致する事は明らかである。しかし，現実的には$h(n)$のウィンド長を有限にする必要がある。式(5)においては、有限長ウィンドとしてフレーム長をmに打ち切ったNyquist関数を用いた場合に対応している。

Estimation Error introduced via Short Time DFT Hilbert Transformer Interpolations

Masahichi KISHI, Shigeru ISHIKAWA

Department of Information of Network Engineering. Aichi Institute of Technology'

5. Interpolation推定誤差 理想単位サンプル応答の出力信号を基準にとりInterpolationを使用した時の二乗誤差をInterpolation推定誤差とする。このInterpolation推定誤差をEで表すと次の様になる。

$$E=\sum_{n=-\infty}^{\infty}|y(n)-\hat{y}(n)|^2 \qquad (6)$$

ただし、y(n)は理想単位サンプル応答であり$\hat{y}(n)$はInterpolationを用いた場合の単位サンプル応答である。Interpolation推定誤差はInterpolation間隔Rに対し関数になるため、この間隔Rにおいて平均値を代表値とする。

6. 実験結果

6.1 推定誤差 InterpolaorのフレームサイズQを8とし、フレーム内サンプル数Nを32として実施したシミュレーションから求めた誤差を図1に示す。同図から知れるようにInterpolation間隔Rを1とした時、つまり毎時刻瞬時スペクトラムを求めるST−DFT Hilbert変換を行い補間を用いない場合は、理想単位サンプル応答とほぼ一致する。しかし、RをNとした時の推定誤差は顕著に現れる。Rを1〜Nと変化させてゆく時、推定誤差は単調増加を示す。

6.2 フリンジ周波数におけるDip特性 推定誤差は周波数域においてマルチチャネルのフリンジ周波数におけるDip量として表される。Dip量と推定誤差Eの関係を図2に示す。図2より推定誤差が大きくなるにつれてDip量が増大する。R＝N時のDip量の値に近づくにつれ推定誤差が最大値に収束してゆくことが知れる。

6.3 実験結果 これらの実験結果からInterpolation間隔Rを大きくするとDip量と推定誤差が、増大する事が知れた。しかし、Rを大とする事は処理量の削減量を大とする事を意味する。従って、実用に耐えうる範囲において推定誤差を許容しつつ処理量を削減してゆく事が必要となる。今後は、処理量を低く抑え、なおかつDip量と推定誤差を十分抑えられるInterpolation関数の開発等を進めていく。

文献 [1]岸, 石川, 昭和63年度電気関係学会東海支部連合大会 No.413

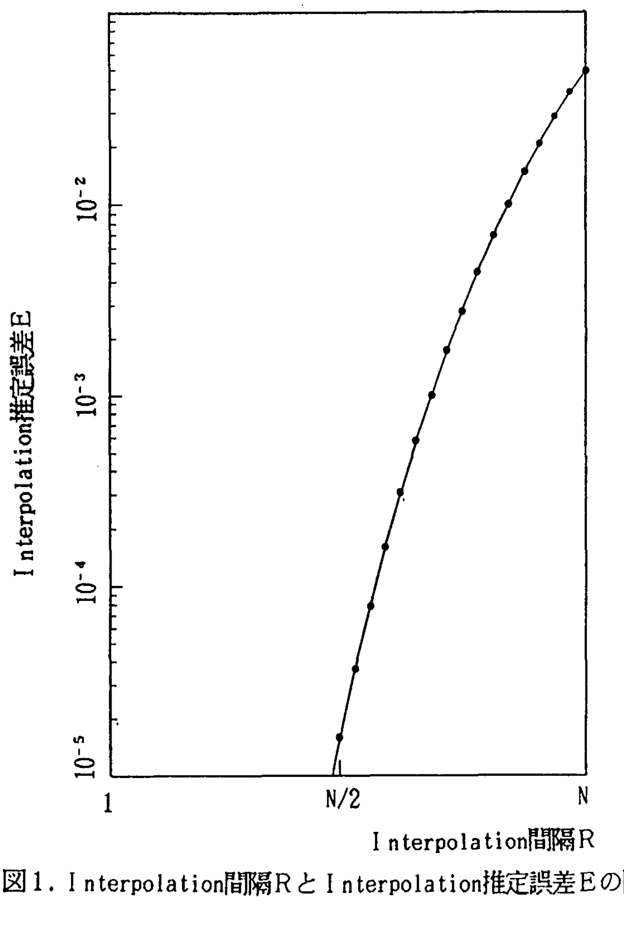

図1. Interpolation間隔RとInterpolation推定誤差Eの関係

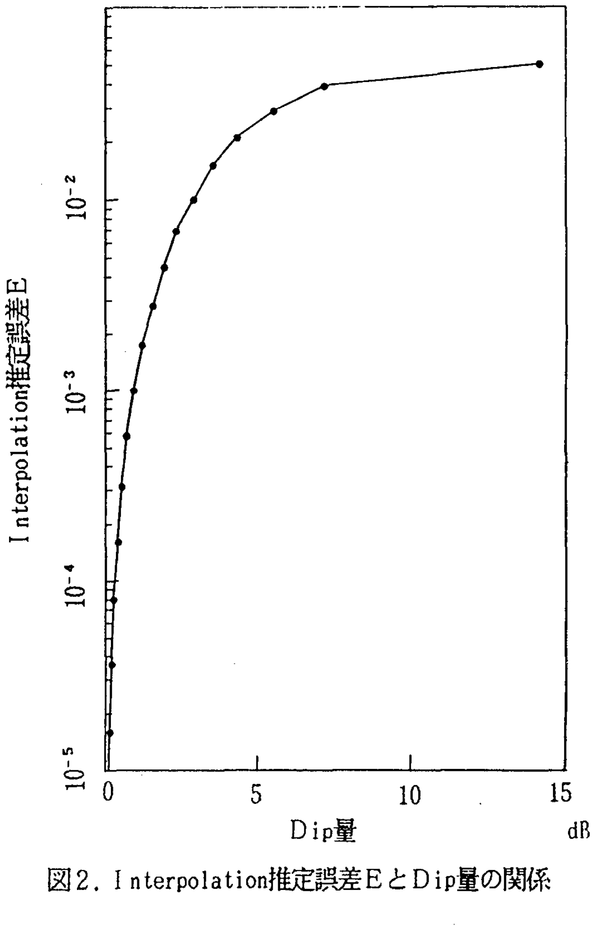

図2. Interpolation推定誤差EとDip量の関係