5S-8

ゲートレベル論理回路の閉路の切断について

木村 晋二　　羽根田 博正
(神戸大学・工学部)

1. はじめに

論理回路の種々の動作解析手法においては、回路中の閉路の扱いが問題となることが多い。これは、動作解析に閉路上の値が必要であると同時に、閉路上の値が解析により決定されることによる。

この問題を解決するため、われわれは以前、論理回路の閉路の切断定理を示した(1)。その定理の主な結果は、閉路を切断して入力として適当なものを与えたとき、閉路を切断した出力側の値と、入力として与えたものが等しければ、閉路を結合しても同じ動作をするということであった。なお、この定理は、論理回路の時間動作(入力および出力として時系列集合を考えたときの動作)に対して示されている。

閉路上の値は、フリップ・フロップの動作記述など、仕様として与えられる場合も多いが、一般には、最初から推測することは困難である。そこでここでは、論理回路の閉路を切断したときの、閉路上の値の決定法について考察する。

なお以下では、議論を簡単にするため、ゲートレベルの論理回路について考察を行う。論理素子(ゲート)の機能は、論理演算と遅延時間で与えられるとし、論理回路の入力や出力は、{0, 1, X}上の時系列で表されるとする。

以下、2章で1入力系列に対する閉路の値の決定について述べ、3章で入力系列集合に対する閉路の値の決定について述べる。4章はあとがきである。

2. 入力系列に対する閉路上の値の決定

ここでは、図1の回路を例として、図に示す入力系列が与えられた場合について、閉路上の値を決定するという問題について考察する。

まず、閉路は図1のように切断する。そして閉路上の値の初期値として、図に示すような"XXXXX"という系列を与える。以下図に示すように、新たに求めた系列を入力として出力系列を求めることを繰り返すと、最終的には、与えた入力系列と、それに対する出力系列が等しくなり、閉路の切断定理より、閉路を結合した回路でも同じ動作をすることがわかる。

上記の手法が有限回で停止するかどうかについて述べる。図2に示す束{0, 1, X}は完備であり、この上の論理関数は単調かつ連続であることが知られている(2)。これを時間軸上へ拡張して{0, 1, X}*とし、時系列$x=a_1a_2...a_n$と$y=b_1b_2...b_n$の半順序関係を、$x \leq y$ iff $\forall i\ a_i \leq b_i$により定義する。このとき、この束も完備となる。また、この上の論理関数として通常のAND, OR, NOTおよびその組み合わせをとると、そのような関数({0, 1, X}*→{0, 1, X}*)の単調性および連続性は簡単に導ける。

図1(b)に示す閉路のない論理回路の動作を表わす関数をτとすると、閉路の値(系列)を求めることは、$x=\tau(x)$ (xは系列あるいは時間関数を表わす)の不動点を求めることに等しい。このとき、x_0として"XXXXX"を与え、τを繰り返し適用すると、τが単調であるので、$x_0 \leq \tau(x_0) \leq \tau^2(x_0) \leq \ldots$となるが、求めて行く系列中の"X"の個数は有限であるので、あるkで$\tau^k(x_0)=\tau^{k+1}(x_0)$となり、有限回で終了する。

3. 入力系列集合に対する閉路上の値の決定

つぎに、入力の系列集合に対して閉路の値を決定する問題について述べる。入力系列の正則集合に対して論理回路の出力集合を求めるには正則表

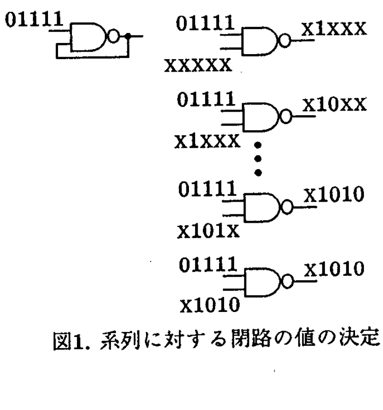


図1. 系列に対する閉路の値の決定

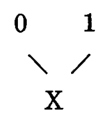


図2. ブール束

Elimination of Feedback-loops of Logic Circuits
Shinji KIMURA, Hiromasa HANEDA
Kobe University

現論理シミュレーション手法を用いることができる[1]。

例として、2章と同じ回路を用い、入力を$(0+1)^*$とする。まず、閉路の値をXとしてシミュレーションを行うと、図3に示すようになる。以下、求めた出力を新たな入力としてシミュレーションを繰り返す。これは、図に示すように、いつまでたっても収束しない。ただし、不動点は図4に示すように存在する。図3, 4では、系列集合を表すのに有限オートマトンを用いている。

時系列で定義した半順序関係をもとに、時系列集合の半順序関係を、$S_1 \leq S_2$ iff $\forall x \in S_1\ \exists y \in S_2$ s.t. $x \leq y$と定義する。このとき、この束が完備となるかどうかと、この上の論理関数($2^{\{0,1,X\}^*} \rightarrow 2^{\{0,1,X\}^*}$)が連続となるかどうかはまだ明らかでない。

上記の例では、最初に与えた系列集合S_0に対し、$S_0 \leq \tau(S_0) \leq \tau^2(S_0) \leq \ldots$が成立している。しかし、$\tau^k(S_0)$は収束しないので、この方法では一般に有限時間で不動点を求めることができない。

そこで以下では、発見的に不動点を求める方法について述べる。本手法は、論理回路の機能が有限オートマトンであり、状態毎に閉路の値の将来いくつかの値が決定されていることを用いている。いくつの値が決定されているかは、論理回路の遅延時間による。以下ではこれを記憶と呼ぶ。

図3の$\tau^2(S_0)$にもう一度τを適用した$\tau^3(S_0)$をもとにして説明する。$\tau^3(S_0)$を図5に示す。ここで、回路の記憶は長さ1であると仮定する。まず、各状態に対し、記憶の長さ分の将来の閉路の値を求める。この例では長さが1であるので、各状態に対し、図5で示すように求められる。ここで、状態2に対する値と状態4に対する値が共に1であるので、状態の2と4をマージし、状態4への遷移の枝を状態2へ付けかえる。この結果得られた入力集合に対してもう一度シミュレーションを行い、得られた結果が等しくなれば、それが求める系列集合である。

なお、上記の状態のマージにおいては、最初の入力S_0を表わす有限オートマトンで等しい状態に対応する場合にのみ、状態のマージができる。記憶の長さとしては、論理回路の最大遅延時間よりも大きな数をとればよいと考えられる。上記の例では、$\tau^3(S_0)$に対する適用により不動点を得たが、一般には$\tau^k(S_0)$におけるkが決定できないので、τを一回適用する毎に上記の手法を適用し、それが不動点となっているかどうかを調べるしかない。

4. あとがき

本稿では、ゲートレベル論理回路の閉路上の値の決定法に関する基本的なアイディアについて述べた。本手法は、入力の系列集合に対して閉路上の値系列を決定するものである。まず1系列に対する決定手法を示した。つぎに、系列集合に対して、論理回路が有限記憶であるという性質を用いて閉路の値を決定する発見的な手法を示した。今後は、論理回路の束論的な性質を明らかにするとともに、ここで示した手法を精密化したいと考えている。同時に、ゲートレベル以外の論理回路に対しても拡張したいと考えている。

謝辞 日頃から御討論いただく、京都大学矢島脩三教授に感謝いたします。また、日頃から御意見などをいただく神戸大学太田有三助教授はじめ羽根田研究室の皆様に感謝いたします。本テーマについては、京都大学茨木俊秀教授よりコメントをいただきました。ここに記して感謝いたします。

参考文献

(1) 木村、羽根田、矢島:"正則表現論理シミュレーション手法に基づく非同期式順序回路の検証,"信学論(D), vol. J71-D, no. 9, pp.1786-1796, 1988年9月.
(2) 中島 玲二 著: 数理情報学入門, 朝倉書店, 1982.

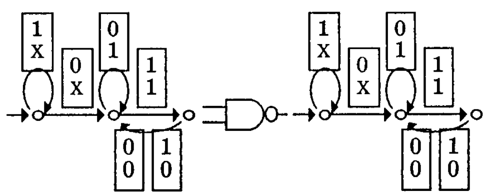


図4. 不動点となる入力集合

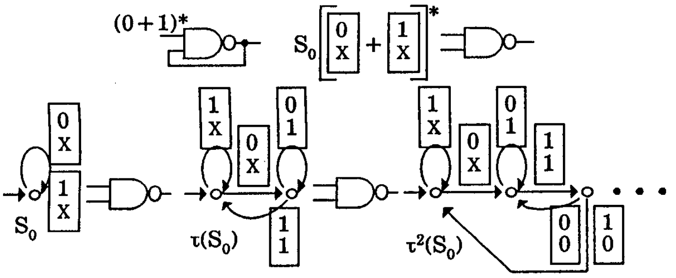
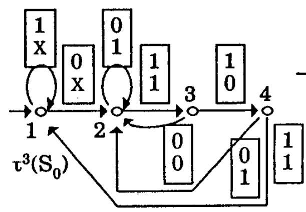


図3. 入力系列集合に対する閉路の値の決定



state	value
1	X
2	1
3	0
4	1

図5. 有限オートマトンの変形