5B-7

複合グラフの階層化について
― 発想支援系の基礎技法の開発 ―

三末 和男・杉山 公造
富士通株式会社・国際情報社会科学研究所

1 はじめに

我々は，図的マン・マシン・インタフェースのための複合グラフ自動描画について研究を進めている [1][2][3][4]. 複合グラフとは，カード・システムで使われる図表現の抽象化で，カード間の隣接関係と包含関係を表す図を数学的に定義したものである．複合グラフを見やすい図として描くために，見やすさの基準として描画規約等を定めた．描画規約の特徴的なものの一つに「階層表現」があり，そのために複合グラフの階層化が必要になる．

本稿では，複合グラフとその階層化（複合階層化と呼ぶ）について定式化を行い，階層化可能性や，階層化アルゴリズム，階層化不可能な複合グラフを形式的に階層化するための帰還枝選出の方法について述べる．

2 描画対象と可読性の要因

複合グラフを次のように定義する:

$$G=(V,E,\partial^+,\partial^-,t)$$

V	:	節点集合
E	:	枝集合
∂^+,∂^-	:	$E \rightarrow V$ (Eの結合関数)
t	:	$E \rightarrow Type$ (Eの型関数).

$\partial^+(e)$, $\partial^-(e)$はそれぞれ枝eの始点と終点である．関数tは枝に型を与える．ここでは$Type$は整数とする．$t(e)=0$のときeを包含枝と呼び，$t(e)\neq 0$のとき隣接枝と呼ぶ．包含枝，隣接枝の集合をそれぞれE_I, E_Aで表す．

この定義において，描画問題の簡単化のために二つの制約を設ける．

制約(1) 有向グラフ$G_I=(V,E_I,\partial^+|E_I,\partial^-|E_I)$は木.

ただし，$\partial^+|E_I$, $\partial^-|E_I$はそれぞれ∂^+, ∂^-のE_Iへの制限である．G_Iを包含木と呼び，親(Mo)，祖先(An)，子(Ch)，子孫(De)，深さ($depth$，ルートをRで表し，$depth(R)=0$とする)等の木に関する一般的な用語をそのまま用いる．

制約(2) $\forall e \in E_A$に対して，
$$\partial^+(e) \notin An(\partial^-(e)) \cup De(\partial^-(e)).$$

つまり，祖先や子孫との間に隣接枝は存在しない．

以上の制約(1)(2)を満たす複合グラフを制約複合グラフと呼び，描画対象とする．

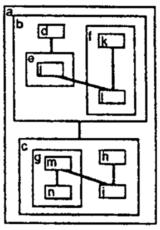
図の見やすさのために描画規約・描画規則・規則間の優先順位を定めた [2]. 表1に採用した描画規約を示す．描画規約は描画において必ず満たさなければならない約束である．その内，C4: 階層表現が我々の描画の最も特徴的なものである．

表 1: 描画規約

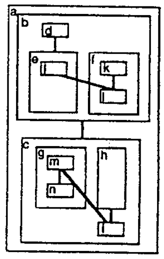
C1	節点は2辺が水平な長方形の領域として描く
C2	包含枝は領域の包含関係で表現する
C3	隣接枝は直線または折れ線として描く
C4	階層表現をとる

3 複合グラフの階層表現と複合階層化

複合グラフの階層表現には，多数のスタイルが考えられる．図1にスタイルの例を二つ示す．我々は，(1) 階層の概念がより明確である，(2) 以後の処理が容易である，の二つの理由からスタイル (b) を採用した．以下，その定式化について述べる．



(a)



(b)

図 1: 複合階層の二つのスタイル例

複合グラフ$G=(V,E,\partial^+,\partial^-,t)$に対して，

(1) 自然数列の集合$\mathbb{N}^+$を$\mathbb{N}^+=\mathbb{N}^1\cup\mathbb{N}^2\cup\ldots$と定義し，その要素を複合階層値と呼ぶ．
(2) $\mathbb{N}^+$上の辞書式順序関係を$\leq$で表す．明らかに等号が成立しない場合には$<$で表す．
(3) 関数$append: \mathbb{N}^+\times\mathbb{N}\rightarrow\mathbb{N}^+$は，自然数列の後ろに自然数を追加する関数である．
(4) 以下の条件を全て満たす関数$CL: V\rightarrow\mathbb{N}^+$を与えることが複合階層化である．

(i) $CL(R)=(1)$
(ii) $\forall e\in E_I$に対して，$\exists k\in\mathbb{N}$ s.t.
$CL(\partial^-(e))=append(CL(\partial^+(e)),k)$.
(iii) $\forall e\in E_A$に対して，
$\exists 1u\in An(\partial^+(e))$ s.t. $depth(u)=d$
$\exists 1v\in An(\partial^-(e))$ s.t. $depth(v)=d$
ただし，$d=\min\{depth(\partial^+(e)),depth(\partial^-(e))\}$，
なるu,vに対して，$CL(u)<CL(v)$.

複合グラフGに対して，関数 CL が存在するときGは階層化可能，存在しないとき階層化不可能という．

On a level assignment to a compound graph
— A fundamental technique for computer aided abduction —
Kazuo MISUE and Kozo SUGIYAMA
International Institute for Advanced Study of Social Information Science, FUJITSU LIMITED.

4 複合階層化可能性

制約複合グラフの階層化可能性は，隣接枝による順序関係の推移的閉包の整合性によって判別できる．ただし，子孫間の隣接関係によっても順序関係が発生し，それらは順序関係の単なる推移では得られないので，あらかじめ付加する必要がある．これらの順序関係を隣接枝で表現した判別複合グラフを構成し，階層化可能性の判別を行なう．元の制約複合グラフにも存在する隣接枝を原始隣接枝，新しく導入した隣接枝を派生隣接枝と呼んで区別する．さらに，隣接枝はそれぞれ順序関係の $<$ と $\leq$ に対応するα型とβ型の二つに分かれる．原始隣接枝は α型とする．これらは型関数 t の値によって次のように表される：

$$t(e) = \begin{cases} 1 & e\text{が}(\alpha\text{型})\text{原始隣接枝のとき} \\ 2 & e\text{が}\alpha\text{型派生隣接枝のとき} \\ 3 & e\text{が}\beta\text{型派生隣接枝のとき.} \end{cases}$$

制約複合グラフ$G = (V, E, \partial^+, \partial^-, t)$が与えられたとき，以下のようにして判別複合グラフ$G_D$を構成する．

(1) 隣接枝の始点と終点の深さが異なるなら，浅い方に合わせてα型派生隣接枝を加える．
(2) 始点と終点の深さが異なる全ての隣接枝を削除する．
(3) 隣接枝eの始点と終点の親が異なるなら，それぞれの祖先をたどりながら親が等しくなるまで，eと同じ向きに同じ深さの祖先ごとにβ型派生隣接枝を加える．
(4) β型派生隣接枝だけから構成される強連結成分を1節点とする．

制約複合グラフ Gの判別複合グラフが G_Dであるとき，G_Dに強連結成分が存在しなければ，次で述べるアルゴリズムで Gは複合階層化可能である．強連結成分が存在すれば順序関係に矛盾があり，複合階層化不可能である．

5 複合階層化

複合階層化は判別複合グラフGと，ルートRからなる単集合$\{R\}$を入力として，$LLA(G, \{R\}, CL)$のように下に示す手続きを適用することで行われる．第3引数の CL が複合階層値を与える関数として定義される．関数$tail(s)$は数列sの最後の成分を返すとする．

```
procedure LLA(G, W, CL);
begin
  level := LA(G, W, CL);
  for i := 1 to level do begin
    X := Ch({x ∈ W | tail(CL(x)) = i});
    if (X ≠ φ) then LLA(G, X, CL)
  end
end;

function LA(G, W, CL) : integer;
begin
  Wを隣接枝でトポロジカル・ソートし，i番目の要素をw_iとする;
  for i := 1 to |W| do begin
    k := 1;
    for ∀e ∈ {e ∈ E_A | ∂⁻(e) = w_i} do begin
      if (t(e) < 3) and (tail(CL(∂⁺(e))) ≥ k)
        then k := tail(CL(∂⁺(e))) + 1;
      if (t(e) = 3) and (tail(CL(∂⁺(e))) > k)
        then k := tail(CL(∂⁺(e)))
    end;
    CL(w_i) = append(CL(Mo(w_i)), k)とする
  end;
  LA := max{tail(CL(v)) | v ∈ W}
end
```

複合グラフの各節点の複合階層値は判別複合グラフの対応する節点の複合階層値である．

6 一般の制約複合グラフの階層化

階層化不可能な複合グラフを形式的に階層化する方法として，いくつかの隣接枝を逆向きにすることが考えられる．逆向きにすべき隣接枝 (帰還枝) 集合は，一般的には一意に定まらないので，それらの選出法が中心的問題となる．

帰還枝集合の選出に際し次の条件を考えた：

条件 (1) 帰還枝は最少であること．
条件 (2) 始点・終点の深い枝を優先する．

条件 (1) は，例外的に逆向きになる隣接枝が多くなるのを防ぎ，可読性の低下を避ける．有向グラフの階層化において最小帰還枝問題 (NP- 完全) として知られている．条件 (2) は，子孫間の隣接関係よりも親の間の隣接関係を重視するものである．ここでは，特に条件 (2) に対する対処について述べる．

階層化不可能な場合，つまり判別複合グラフに強連結成分が存在する場合には，関数 LA中のトポロジカル・ソートが行えない．そこで，その前に強連結成分を抽出し，適当な帰還枝を抽出し逆向きにすることで強連結成分を取り除く．帰還枝の候補は，条件 (2) から，型関数値の降順に選ばれるとする．強連結成分を全て取り除いた後，手続きLLAで複合階層化を行う．

7 まとめ

複合グラフの階層化の定式化を行い，複合階層化可能性と一般の制約複合グラフの階層化について示した．今後の方向としては，制約のより弱い複合グラフの階層化への拡張と，広い応用に対応するため有向・無向隣接枝の混在した複合グラフの階層化を考えている．

最後に，本研究の機会を与えて頂きました北川敏男会長ならびに榎本肇所長に感謝いたします．

参考文献

[1] 三末，杉山： 複合階層グラフとその描画法について — 発想支援系の基礎技法の開発 —，情報処理学会第36回全国大会，5Z-5(1988).

[2] 三末，杉山： カード・システムを抽象化した複合グラフとその階層的描画法について，情報処理学会グラフィクスと CAD 研究会，CG-32(1988).

[3] 三末，杉山：複合階層グラフ自動描画における手描き様曲線の利用について — 発想支援系の基礎技法の開発 —，情報処理学会第 37 回全国大会，4H-7(1988).

[4] 杉山，三末：認知的基準による領域網図系の階層的描画法，第4回ヒューマン・インタフェース・シンポジウム論文集，pp.13-18(1988).