4D-1

パラメータ励振回路における概周期振動の解析

山根 敏　北原 紀之　大嶋 健司
（ 舞鶴工業高等専門学校 ）（埼玉大学 工学部）

1．まえがき

可飽和鉄心を含むパラメータ励振回路の微分方程式は次式になる。

$$\frac{da}{d\tau}+\frac{1}{8}k_1((a^2+3b^2)a-8U_0)=D\sin\tau\ ,\quad \frac{d^2b}{d\tau^2}+k_2\frac{db}{d\tau}+\frac{1}{8}(3a^2+b^2)b=0 \qquad (1)$$

この式に調波平衡法を適用して自律系の連立微分方程式の導出を行った。導出した式からルンゲ・クッタ・ギル法によりリミットサイクルを求めて(1)式の不変閉曲線と比較した。

2．調波平衡法を用いた自律系の導出

調波平衡法を適用するためには、解の仮定が重要な問題となる。(1)式は外力の振幅Dが小さいときは1/2分数調波振動となる。このため、解は次式で仮定できる。

$$a=a_0+a_1\sin\tau+b_1\cos\tau\ ,\quad b=a_M\sin\frac{\tau}{2}+b_M\cos\frac{\tau}{2} \qquad (2)$$

Dが大きくなると1/2分数調波振動が不安定になり概周期振動する。これは(2)式の振幅が時間τの関数となったと考えられる。(2)式を(1)式に代入して、$\cos\tau$ ，$\sin\tau$ ，$\cos\tau/2$ ，$\sin\tau/2$ の係数および非振動項を零にすると次の自律系の連立微分方程式が得られる。

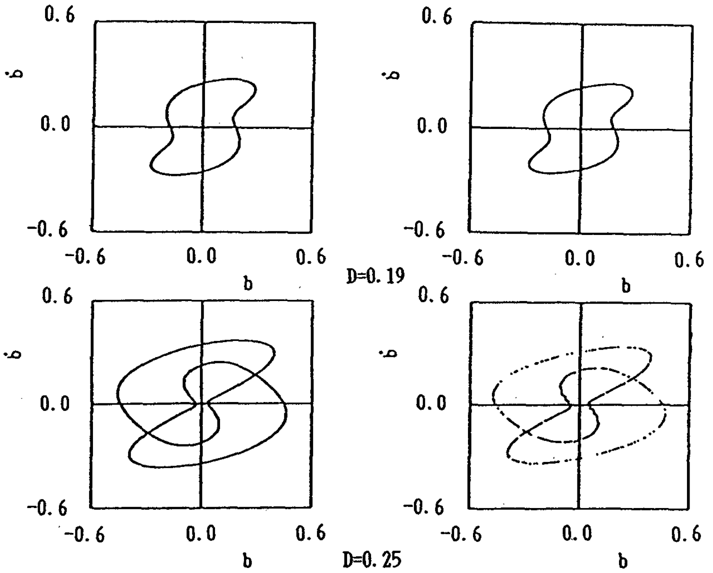
$$\frac{d^2a_M}{d\tau^2}=-k_2\frac{da_M}{d\tau}+\frac{db_M}{d\tau}-(a_MF+\frac{3}{8}a_0(a_1b_M-a_Mb_1))+\frac{1}{4}a_M+\frac{1}{2}k_2b_M\ ,\quad \frac{da_1}{d\tau}=D+b_1-k_1a_1E-\frac{3}{8}a_0k_1a_Mb_M$$

$$\frac{d^2b_M}{d\tau^2}=-k_2\frac{db_M}{d\tau}-\frac{da_M}{d\tau}-b_MF-\frac{3}{8}a_0(a_1a_M+b_1b_M)+\frac{1}{4}b_M-\frac{1}{2}k_2a_M\ ,\quad \frac{db_1}{d\tau}=-k_1b_1E-\frac{3}{16}k_1a_0(b_M^2-a_M^2)-a_1 \qquad (3)$$

$$\frac{da_0}{d\tau}=k_1U_0-\frac{1}{32}k_1a_0(4a_0^2+6(R_1+R_M))-\frac{3}{32}k_1(2a_1a_Mb_M+b_1(b_M^2-a_M^2))$$

ただし、 $R_1=a_1^2+b_1^2$, $R_M=a_M^2+b_M^2$, $E=\frac{3}{32}(4a_0+R_1+2R_M)$, $F=\frac{3}{32}(4a_0+2R_1+R_M)$

である。外力の振幅Dを変化させてリミットサイクルとMapping法による(1)式の不変閉曲線を調べた。(3)式はDが小さいとき安定な特異点が２ヶ所現れる。Dが少し大きくなると特異点が不安定となり、特異点の回りにリミットサイクルが現われる。さらに大きくなると２つのリミットサイクルは結合する。（図１の左上）そして、Dが大きくなると共にリミットサイクルは不安定、分岐、結合、不安定、分岐（図１の左下）を繰り返しながらカオス的な状態へと移行する。このカオス的な状態への移行過程は(1)式から求めた不変閉曲線が変化していく過程とよく一致している。（図１の右上、右下）



(3)式から求めたリミットサイクル　　(1)式の不変閉曲線

図1　(3)式から求めたリミットサイクルと(1)式の不変閉曲線
(K_1=0.4, K_2=0.04, U_0=0.07)

5．むすび

パラメータ励振回路の微分方程式を調波平衡法を用いて自律系に変換して考察した。その結果、(1)式の不変閉曲線と自律系の方程式のリミットサイクルはよく一致している．（図１） このことより、自律系の微分方程式を用いてカオス的な状態への移行を調べることができる。

参考文献

[1] C.Hayashi : "Nonlinear oscillations in physical systems",McGraw-Hill (1964)

An Analysis of the Almost Periodic Oscillation in a Parametric Excitation Circuit

Satoshi YAMANE　Noriyuki KITAHARA　Kenji OSIMA
MAIZURU College of Technology　SAITAMA University